DUDEN

Gehirn-training

Logisches Denken, Intelligenz, Gedächtnis, Kreativität verbessern

Duden

Gehirntraining

Duden

Gehirntraining

Logisches Denken, Intelligenz,
Gedächtnis, Kreativität verbessern

Dudenverlag
Mannheim · Zürich

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über http://dnb.ddb.de abrufbar.

Bibliographisches Institut GmbH
Dudenstraße 6
68167 Mannheim
E D C B A

Autor Dr. Jürgen C. Hess
Redaktion Heike Pfersdorff
Herstellung Monika Schoch

Typografie und Umschlaggestaltung Horst Bachmann
Umschlagabbildung fotolia/Thew: Labyrinth
Satz Bibliographisches Institut GmbH, Mannheim
Druck und Bindung CPI books, Birkstraße 10, 25917 Leck

Printed in Germany
ISBN 978-3-411-70358-6
www.duden.de
PDF ISBN 978-3-411-90302-3

Vorbemerkung

Durch die PISA-Studien wurde nicht nur ein eher desolater Bildungsstand bei deutschen Schülern dokumentiert, sondern auch ein bedenklicher Mangel an mathematischem und naturwissenschaftlichem Denkvermögen sowie an sprachlicher Kompetenz aufgezeigt. Und bei jenen, die die Schulbank bereits hinter sich haben, sieht es oft kaum besser aus. Es fehlt nicht nur Faktenwissen, es fehlt auch die Transferleistung – das Verstehen des Gelernten und die zielgerichtete logische Verknüpfung, Anwendung und Umsetzung des erworbenen Wissens. Stures Pauken allein genügt nicht, um sich in unserer immer komplexer werdenden Gesellschaft zu behaupten und auf Dauer erfolgreich zu sein. Nur wer strukturiert denkt und die Transferleistung erbringt, kann sein Wissen gezielt anwenden und umsetzen.

Die Gründe für diese Defizite im Denkvermögen auch überdurchschnittlich intelligenter Menschen sind vielfältig: Mangelnde Denkschulung und fehlende Anforderung gehören dazu, doch eine der wichtigsten Ursachen dürfte die häufig nicht (oder nicht mehr) vorhandene Lust am Denken sein. Warum selbst rechnen, wenn man einen Taschenrechner zur Verfügung hat?

Auf der anderen Seite scheint die Zahl derjenigen, die eine spielerische geistige Herausforderung suchen, zu steigen. Wie sonst ließe sich das Sudoku-Fieber erklären, das seit 2005 in unserem Land grassiert? Der Erfolg der Sudokus lässt den Schluss zu, dass offenbar immer mehr Menschen Spaß an logischen Denkspielen haben und sich dabei geistig fit halten. Tatsächlich lassen sich die Leistungen unseres Gehirns – wie die vieler anderer Organe des menschlichen Körpers – durch Training verbessern. Und als Training für die Gehirnleistung sind auch die rund 320 Rätsel und Probleme unterschiedlichster Art und Schwierigkeitsstufe in diesem Buch zu verstehen, zu deren Lösung sowohl die praktische als auch die visuelle, sprachliche und mathematische Intelligenz gefragt sind.

Es sind keine Aufgaben, mit denen man sich gezielt auf einen IQ-Test vorbereiten kann, und auch kein Gehirnjogging mit immer wieder der gleichen Fragestellung. Unsere Aufgaben sind eher ein Zehnkampftraining auf dem Gebiet des Denksports, dessen einzelne Disziplinen die Konzentration und Wahrnehmung und damit das Gedächtnis, die Kreativität sowie das logische Denken fordern und fördern und letztendlich die Leistungsfähigkeit des Gehirns verbessern. Vor allem aber soll die Beschäftigung mit kniffligen Rätseln und Aufgaben Spaß machen.

In diesem Sinne: Viel Vergnügen!

1 Wörtliches und Verschlüsseltes

Im Idealfall müsste eine Aufgabe, die zu enträtseln man sich zwecks Training der eigenen Intelligenz oder auch nur aus denksportlicher Herausforderung vorgenommen hat, allein durch Denken gelöst werden können; Wissen sollte dafür nicht vonnöten sein. Im ersten Teil dieses Kapitels, in dem Sie Ihre sprachlichen Fertigkeiten erproben können, sind wir von diesem Ideal am weitesten entfernt. Die Lösung dieser Aufgaben bedarf neben der Kenntnis der Sprache eines gewissen Wortschatzes, und insofern kommen sie von allen Fragen in diesem Buch Kenntnisprüfungen am nächsten. Das ändert sich aber bereits im zweiten Teil des Kapitels, wo es um das Entschlüsseln von codierten Texten, Rechenaufgaben u.a. geht. Diese Aufgaben und alle übrigen des Buches sollten ohne größere Wissensvoraussetzungen zumindest weitestgehend durch die Kraft des Geistes – durch logisches Denken – zu lösen sein.

1 Oberbegriffe

Zu den gegebenen Begriffstripeln soll ein Oberbegriff gefunden werden:

1 *Ulme, Espe, Linde: ?*
2 *Zypresse, Sagopalme, Lärche: ?*
3 *neben, auf, hinter: ?*
4 *Liebe, Eifersucht, Hoffnung: ?*
5 *Schlauch, Makkaroni, Blasrohr: ?*
6 *Maikäfer, Wasserfloh, Hornisse: ?*
7 *Schraube, Zange, Feile: ?*
8 *Triton, Europa, Venus: ?*

Gesucht ist nach dem nächsthöheren Oberbegriff. Bei Cabriolet, Limousine und Roadster wäre das »Pkw« und nicht etwa »Fahrzeuge« – der Begriff Fahrzeug umfasst ja auch Tretboot, Mondfähre oder Heißluftballon.

2 Entsprechungen

Hier sollen Sie Wortentsprechungen etwa folgender Art finden: Kugel verhält sich zu Kreis wie Quader zu Rechteck.

1 ***Zapfsäule : Tank = Kaffeemaschine : ?***
2 ***Salat : Beet = Mais : ?***
3 ***Papier : schneiden = Brett : ?***
4 ***klein : riesig = groß : ?***
5 ***Mosel : Rhein = Isar : ?***
6 ***groß : klein = rot : ?***

3 Das passende Wort

Wählen Sie aus den vier Vorgaben das jeweils passende Wort aus.

1 ***Auto : Straße = Zug : ?***
Schiene – Bahnhof – Gleis – Bahnstrecke
2 ***Tür : Fenster = Nelke : ?***
Blume – Rose – Koriander – Blüte
3 ***schmal : breit = tief : ?***
hoch – eben – flach – lang
4 ***Zeit : Meter = Sekunde : ?***
Uhr – Strecke – Stunde – Länge
5 ***Malerei : Farbe = Musik : ?***
Ton – Lied – Melodie – Note

4 Das unpassende Wort

Finden Sie unter den jeweils vier Wörtern jenes, das sich von den anderen unterscheidet.

1 ***Kochelsee, Königssee, Staffelsee, Tegernsee***
2 ***Braunschweig, Gelsenkirchen, Kaiserslautern, Wilhelmshaven***
3 ***Kinzig, Neckar, Weser, Unstrut***

5 Kuckuckseier

Bei dieser Aufgabe geht es darum, »Kuckuckseier« zu finden, also Begriffe, die auf irgendeine Weise nicht zu den anderen passen.

1 ***vor – unter – darauf – neben***
2 ***anbieten – empfehlen – vorschlagen – zumuten***
3 ***einfallen – grübeln – nachdenken – überlegen***
4 ***Tomate – Paprika – Gurke – Tabak***
5 ***behutsam – vorsichtig – besorgt – bedächtig***
6 ***Journal – Zeitschrift – Broschüre – Magazin***

6 Hierarchien

Die folgenden Begriffe sind hierarchisch angeordnet, etwa in der Art »Lehrling – Geselle – Meister«. Suchen Sie einen Begriff, der das Fragezeichen ersetzt, sodass sich eine hierarchische Abfolge ergibt.

1 ***? – Zweig – Ast – Stamm***
2 ***Buch – Seite – ? – Zeile***
3 ***Nagel – Daumen – Hand – ?***
4 ***Strom – ? – Bach – Rinnsal***
5 ***Satz – Wort – ? – Buchstabe***
6 ***? – Fläche – Linie – Punkt***
7 ***Manhattan – New York – ? – USA***

7 Die doofe WXel

»Doofe WXel, gib doch X,« dXe Jan und IXe, als Gyske vorige NX kurz nach X in ihrer FesttagstrX von der JX mit MX in die GrX krXe.
Alles klar?

8 Wortschlangen und …

In dieser Aufgabe geht es um Wortfindung durch assoziatives Denken. In den acht Kästen sind schlangenförmig Wörter mit jeweils neun Buchstaben eingetragen. Wo die Schlange ihren Kopf und wo ihren Schwanz hat, müssen Sie selbst herausfinden.

L	R	U
E	E	T
G	N	A

F	C	A
L	H	D
A	C	H

M	B	E
E	C	R
M	A	T

M	M	I
O	S	S
K	A	R

S	I	I
C	L	D
H	L	Y

D	I	R
A	N	E
L	A	G

I	O	N
N	I	T
T	U	I

N	D	M
O	E	O
S	D	N

9 … Schlangenwörter

Die Aufgabenstellung ist die gleiche wie zuvor, nur dass die Wörter hier 16 Buchstaben haben.

T	I	I	N
K	E	F	G
G	R	E	E
I	T	F	R

E	N	F	I
N	N	S	N
S	O	T	E
S	I	N	R

A	F	T	T
H	R	I	E
R	T	T	R
E	R	T	B

E	R	T	B
T	I	E	A
L	E	I	L
S	G	N	U

10 Analogien

Hier sollen Sie nach Bedeutungsanalogien suchen, unter den fünf zur Wahl stehenden Ausdrücken also denjenigen herausfinden, der dem vorgegebenen Begriff in seiner Bedeutung am ähnlichsten ist.

1 ***Analogie:***
Ähnlichkeit – Gleichartigkeit – Vergleichbarkeit – Entsprechung – Übereinstimmung

2 ***seltsam:***
bizarr – unbegreiflich – paradox – fremdartig – eigenartig

3 ***Widersinnigkeit:***
Kuriosität – Ungereimtheit – Absurdität – Abwegigkeit – Unergründlichkeit

4 ***larmoyant:***
weinerlich – sentimental – rührselig – gefühlsduselig – wehklagend

5 ***Regel:***
Vorschrift – Ordnung – Gepflogenheit – Grundsatz – Befehl

11 Wortfindung

E	S	K	G
B	G	E	R
E	Z	N	A
I	T	A	S

Aus den Buchstaben in dem 4 × 4-Quadrat sollen Sie, von einem beliebigen Feld ausgehend, Wörter mit mindestens fünf Buchstaben bilden. Die Buchstabenfelder müssen waagerecht, senkrecht oder diagonal benachbart sein, jedes Feld darf aber nur einmal pro Wort verwendet werden. Als Beispiel ist das gelegentlich in Kreuzworträtseln auftauchende Wort ASANT vorgegeben.

12 Hauptstadtversteck

In dem Buchstabenverhau sind die Namen von 20 europäischen Hauptstädten versteckt – waagerecht, senkrecht oder diagonal, von oben nach unten oder von unten nach oben.

M	V	A	L	E	T	T	A	M	L	O	H	K	C	O	T	S	N
E	I	T	C	K	C	R	A	S	D	U	O	C	W	L	S	I	A
U	L	E	H	I	B	D	U	N	T	E	X	L	I	B	E	R	I
A	N	D	O	R	R	A	I	E	A	M	L	E	O	A	P	A	S
H	I	O	J	E	U	O	S	R	G	J	U	R	M	N	A	P	O
C	U	K	T	D	E	L	G	N	D	O	L	I	B	B	D	E	K
S	S	S	R	X	S	B	A	D	S	A	S	B	A	D	U	O	I
R	M	A	O	L	S	O	P	N	O	A	M	E	U	I	B	R	N
A	T	H	E	N	E	A	M	V	S	P	L	R	O	J	N	T	G
W	E	I	K	R	L	I	S	S	A	B	O	N	U	H	L	I	P

13 Fremdsprache

Fritz Forscher versucht, das Firkinopantische, die Sprache der Firkinopanzen, zu entschlüsseln. Auf einem Zettel findet er drei Sätze:
Palmaëto-ot ke-grumtora oëftax.
Mirdalo-ot ke-gizmaka nifbutax.
Gytsum palmaëto ke-baana eltsupf, nifbutax aranidas.
Fünf Sätze konnte Fritz schon übersetzen:

1. ***Niamo adlufta – Ich habe Hunger.***
2. ***Mirdalo-ot ke-baana eltsupf – Meine Frau ist nicht zu Hause.***
3. ***Palmaëtox gizmikas nifbutax – Katzen fangen Mäuse.***
4. ***Grumtoro oëfta – Ich esse ein Ei.***
5. ***Oëftax baanas palzirk – Eier sind nahrhaft.***

Außerdem weiß Fritz Forscher, dass gytsum »wenn« oder »falls« bedeutet und aranid »tanzen«. Und da das Firkinopantische streng logisch aufgebaut ist und keine Artikel kennt, fällt es ihm nicht schwer, die drei Sätze zu übersetzen.

Damit sind wir praktisch schon beim Unterthema »Verschlüsseltes«, denn eine unbekannte Sprache zu enträtseln, ist nicht weit davon entfernt, einen Code zu knacken. Und um Codes und Codierungen im weitesten Sinne geht es bei den nächsten Aufgaben.
Entscheidendes Kriterium bei einem Code ist die eindeutige Zuordenbarkeit eines Zeichens des Quelltexts zum codierten Text und umgekehrt. Wie die beiden Zeichensätze des Codes, die sogenannten Alphabete, aussehen, spielt dabei keine Rolle. Die Zeichen eines Alphabets sind nicht auf Buchstaben beschränkt, es können auch Ziffern oder irgendwelche beliebigen Symbole wie ⊗, ☺, ⌖, ✇, … sein.

14 Schlagzeile

Redakteur Radebrecher findet einen Zettel mit folgender Aufschrift auf seinem Schreibtisch – Kollege Schmonz hatte ihm eine Schlagzeile für die Abendausgabe versprochen:

5566673335556667777733
55533444222442433
4446
727755 –
333777444777338877
8883377744233338338.

Gruß Schmonz

Wie lautet die Schlagzeile, wenn die Zahlenfolgen jeder Zeile für ein Wort stehen?

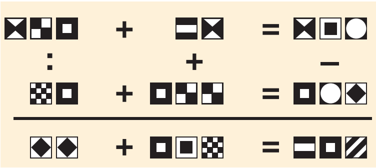
15 Arme Sau

Lokalreporter Schmonz ist an eine Exklusivmeldung gelangt und schickt die Schlagzeile per SMS sofort an Chefredakteur Radebrecher. Sein Handy gibt beim Drücken verschiedener Tasten allerdings Töne unterschiedlicher Höhe von sich. Das kann Bruno Stammler vom Konkurrenzblatt unbemerkt mithören und daraus die gedrückten Ziffern erschließen. Die Ziffernfolge, die er schließlich auf seinem Zettel stehen hat, lautet:
94537249346 38724 37724437736 867 336 378746536 43738838
Leider hat Stammler nicht mitbekommen, wie oft Schmonz die jeweilige Ziffer gedrückt hat. Nach einiger Zeit gelingt es ihm aber trotzdem, die Schlagzeile zu entziffern, die Schmonz an Radebrecher geschickt hat. Wie lautet sie?

Tipp: Die Zahlenkombination 724 kann beispielsweise QAG oder RCI, aber auch PAG, RAH oder SCH bedeuten. Während die Buchstabenkombinationen QAG oder RCI in einem deutschen Satz vergleichsweise selten vorkommen dürften, sind PAG und RAH schon häufiger, und SCH ist eine von Fall zu Fall durchaus in Erwägung zu ziehende Möglichkeit.

16 Symbol für Zahl

In Rätselteilen von Zeitschriften finden sich gelegentlich Rechenaufgaben, die mit Symbolen codiert sind. Dabei gilt es, herauszufinden, welchen Ziffern die einzelnen Symbole entsprechen, damit sämtliche



Additionen, Subtraktionen, Divisionen und Multiplikationen waagerecht und senkrecht ein korrektes Ergebnis haben.

Bei diesen Aufgaben spielt es selbstverständlich keine Rolle, ob die Ziffern mit Symbolen, Buchstaben oder auch mit anderen Ziffern codiert sind.
Wenn Sie die Symbole in dieser Aufgabe durch die Buchstaben A bis J ersetzen, wird die Lösung vermutlich einfacher, nicht zuletzt weil es einem leichter von der Hand geht, ein B aufs Papier zu bringen als ein schwarzes Quadrat mit eingeschlossenem weißem Kreis.

17 Zahl für Zahl

In diesem Beispiel steht die gleiche Ziffer für die gleiche Ziffer, etwa die Fünf immer für die Sieben, so viel sei vorab verraten.

123	–	456	=	5
+		–		×
78	:	9	=	0
175	–	450	=	91

Die nächste Aufgabe ist ein Klassiker (bezeichnen Sie einen Klassiker niemals als alten Hut!) der Entschlüsselungsaufgaben, bei der die Ziffern durch Buchstaben verschlüsselt sind.

18 Mehr Geld

James Mulroney, seines Zeichens Student in Oxford, war wieder einmal klamm. Telegrafisch bat er seinen Vater – Sir Ebenezer – mit der rechts stehenden Botschaft: »Schick mehr Geld.«

SEND
MORE
MONEY

Wenn MONEY die Summe aus SEND und MORE ist und gleiche Buchstaben gleichen Ziffern entsprechen, wie viel Geld möchte James dann von seinem Vater?

19 Addition

Ersetzen Sie gleiche Buchstaben durch gleiche Ziffern, damit die Addition aufgeht.

	A	B	A	B
	C	C	A	C
	B	D	A	A
E	E	B	A	D

20 Ein X für ein U?

Wir wollen Ihnen hier kein X für ein U vormachen, aber diese Addition ist korrekt! Wie immer gilt: Gleiche Buchstaben entsprechen gleichen Ziffern.

		U	X	U	X
	U	X	X	U	U
		U	U	X	U
U	X	U	X	U	X

21 Buchstäblich

Setzen Sie für die Buchstaben die entsprechenden Ziffern ein, sodass die vier Rechnungen jeweils stimmen.

- $AA + A = BCD$
- $(BE)^2 = BFF$
- $F \times G^2 = GH$
- $BCC - A = AB$

Wenn man eine Nachricht codiert, chiffriert man normalerweise jedes Zeichen der Nachricht mit dem entsprechenden Zeichen des Codes. Dadurch kann es zu Redundanzen – einem gewissen Informationsüberschuss – kommen. So ist die Nachricht »Morgen Nachmittag 16 Uhr …« redundant, da die Zeitangabe »16 Uhr« das Wort »Nachmittag« impliziert. Die folgenden drei Aufgaben sind »redundanzfrei«, die gegebenen

Informationen also auf das Mindestmaß reduziert, das eine eindeutige Lösung gerade noch erlaubt.

22 Multiplikation

2	•	•	×	•	•	•
		•	•	5		
		•	9	•	•	
				•	8	•
	•	•	•	•	•	•

Bei dieser Aufgabe sind zwei dreistellige Zahlen zu multiplizieren. Dabei steht jeder Punkt für eine Ziffer. Obwohl nur vier Zahlen vorgegeben sind, lässt sich diese Multiplikationsaufgabe eindeutig lösen. Allerdings kommt man einige Male um das Ausprobieren verschiedener Alternativen nicht herum.

23 Alle Neune

Hier sollen Sie eine Multiplikation, gefolgt von einer Addition, durchführen. Jede der Ziffern 1 bis 9 kommt einmal vor.

```
• • × •
-------
    • •
  + • •
-------
    • •
```

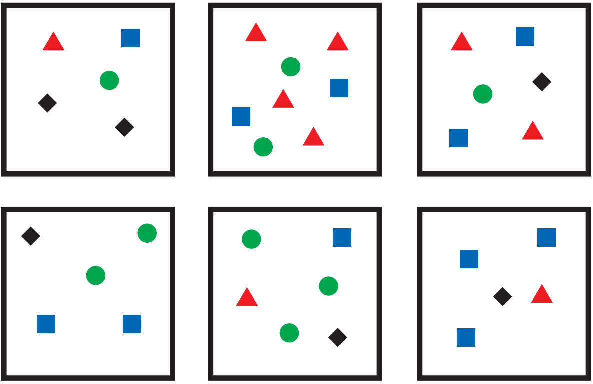
24 Division

Bei dieser Aufgabe ist eine achtstellige Zahl durch eine dreistellige zu dividieren. Dabei steht jeder Punkt für eine Ziffer. Obwohl nur die mittlere Zahl des fünfstelligen Quotienten bekannt ist, lässt sich die Division eindeutig lösen.

```
• • • • • • • • : • • • = • • 8 • •
-----------------------------------
  • • •
--------
    • • • •
      • • •
    --------
        • • • •
        • • • •
        --------
              0
```

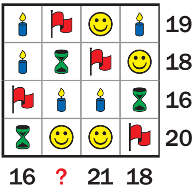
25 Von 1 bis 4

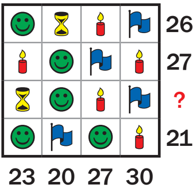
Ersetzen Sie jedes Symbol durch eine Zahl zwischen 1 und 4, wobei gleiche Symbole gleichen Zahlen entsprechen und die Summe in allen sechs Quadraten dieselbe ist. Welche Zahl steht für welches Symbol, und wie ist die Summe?



26 Symbolträchtig

Gleiche Symbole stehen für gleiche Zahlen. Welche Zahlen stehen für die beiden Fragezeichen?





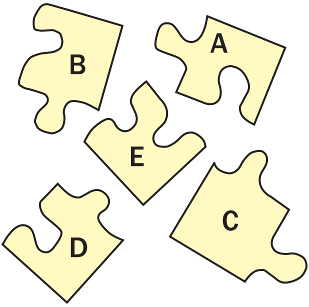
2 Puzzliges

Im Englischen bedeutet Puzzle so viel wie Rätsel oder Denksportaufgabe, während es im Deutschen zum Synonym für jene bestimmten Geduldsspiele geworden ist, bei denen es darum geht, bis zu mehrere Tausend Teilchen zu einem Ganzen – meist zu einem Bild – zusammenzufügen; im Angelsächsischen wird diese Art von Geduldsspiel »jigsaw puzzle« – »Laubsägepuzzle« genannt. In diesem Kapitel soll der Begriff Puzzle eher in seiner deutschen Bedeutung – allerdings in einem sehr weiten Sinn – verwendet werden: Es geht um Zusammensetzen, aber auch um Anordnen und Teilen.

1 Minipuzzle

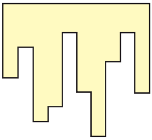
Aus vier der fünf rechts abgebildeten Puzzleteile sollten Sie im Kopf ein Quadrat zusammensetzen können.

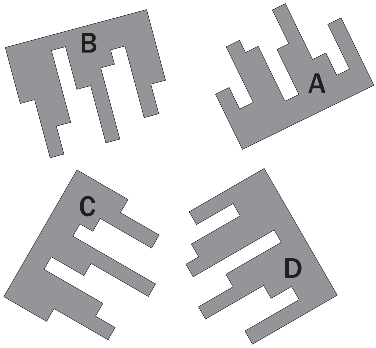
Welches der Teile bleibt übrig?



2 Ergänzung

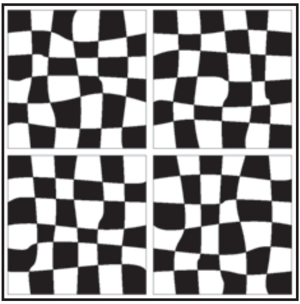
Die gelbe Figur rechts ergänzt eine der vier auf der nächsten Seite abgebildeten Figuren A bis D zu einem Quadrat. Dass man sich die sich ergänzenden Figuren nicht gleichzeitig anschauen kann, stellt einige Anforderungen an die Merkfähigkeit und damit an das Gedächtnis.



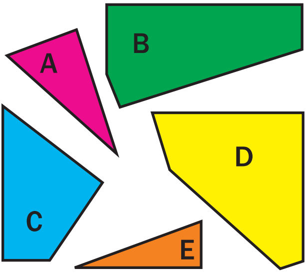


3 Deckungsgleich

Die vier Quadrate rechts seien an den weißen Stellen durchsichtig, an den schwarzen undurchsichtig. Zwei davon ergeben aufeinandergelegt ein vollkommen undurchsichtiges bzw. schwarzes Quadrat.



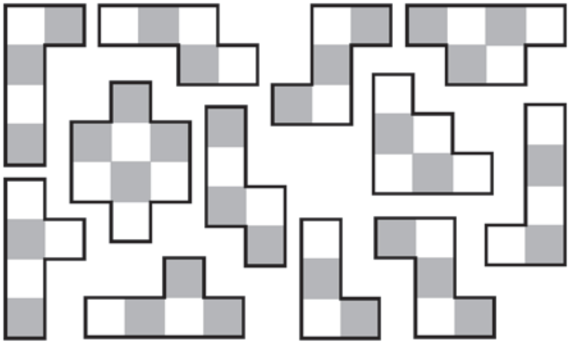
4 Vierteiler



Bei dieser Aufgabe geht es darum, aus vier Teilen ein Quadrat zusammenzusetzen und das übrig bleibende zu finden.

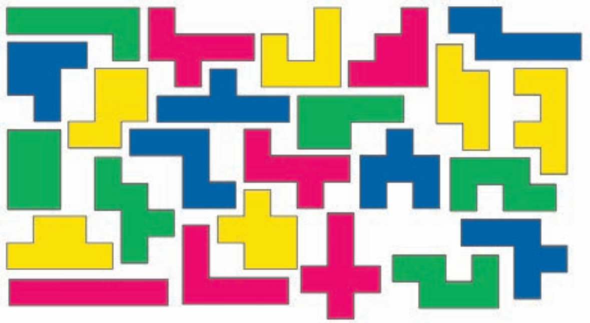
5 Schachbrettpuzzle

Setzen Sie diese zwölf Puzzleteile (im Kopf!) zu einem normalen Schachbrett (mit 8 × 8 Feldern) zusammen.



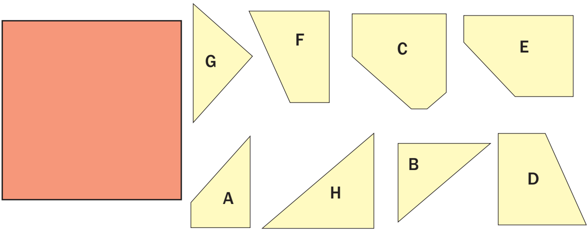
6 Hexominos

Mit diesen 24 Hexominos – das sind Teile, die aus sechs 1 × 1-Quadraten bestehen – kann ein Schachbrett mit 12 × 12 Feldern komplett ausgelegt werden. Schaffen Sie es, dass keine Teile gleicher Farbe aneinandergrenzen?



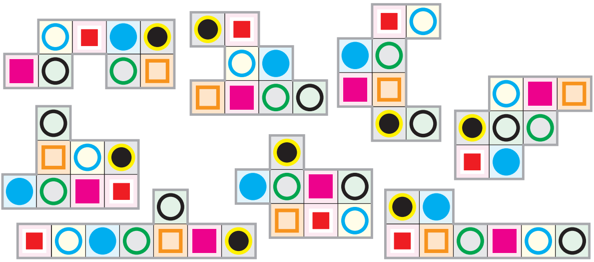
7 Quadratisch

Das rote Quadrat links kann aus sieben der acht grünen Teile auf der rechten Seite zusammengesetzt werden, ein Teil bleibt übrig. Die Teile behalten ihre Ausrichtung, dürfen also nicht gedreht werden.



8 64er-Sudoku

Setzen Sie die Puzzleteile zu einem aus 8 × 8 Felder großen Schachbrett zusammen. Dabei darf in keiner Spalte oder Zeile dasselbe Symbol mehr als einmal auftreten.

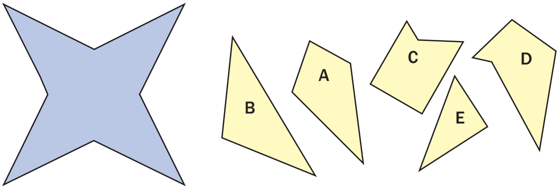


9 3,33 Euro

Sie haben jeweils sechs Münzen zu 1, 2, 10 und 20 Cent sowie zu 1 und 2 Euro, die so auf einem 6 × 6-Schachbrett verteilt werden sollen, dass in jeder senkrechten und in jeder waagerechten Reihe die Summe von 3,33 Euro liegt.

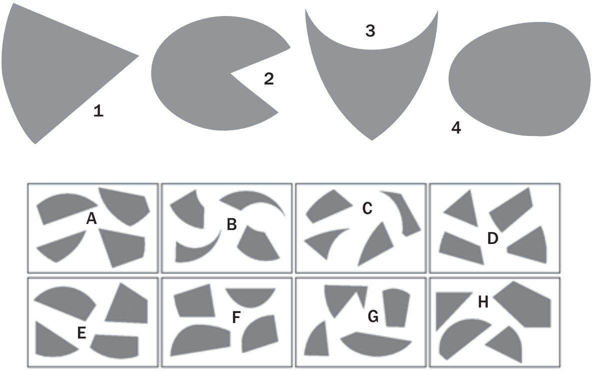
10 Eines bleibt übrig

Setzen Sie den Stern aus den Teilen A bis E zusammen; ein Teil bleibt wiederum übrig. Dieses Mal müssen Sie die vier benötigten Teile drehen. Schaffen Sie es im Kopf?



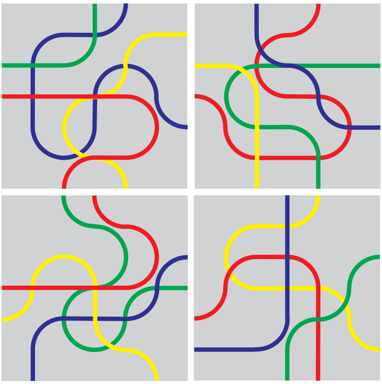
11 Schnipseljagd

Die Figuren in der obereren Reihe sind in jeweils vier Teile zerschnitten worden. Suchen Sie unter den acht Kästchen diejenigen mit den »Schnipseln« heraus, die zu den Figuren 1 bis 4 gehören. Die Schnipsel können gedreht sein, aber nicht gespiegelt.



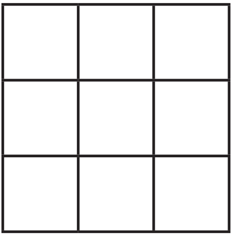
12 Linienzug

Wenn Sie diese vier Quadrate umordnen, bildet eine der Farblinien einen geschlossen Linienzug. Die 2 × 2-Anordnung muss natürlich gewahrt bleiben, denn nur dann gibt es eine Lösung. Ansonsten dürfen Sie die Quadrate beliebig drehen und verschieben.



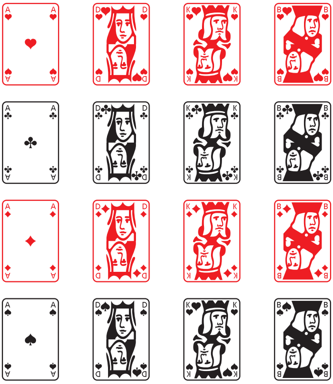
13 Steiniges

Aufgabe ist es, vier Spielsteine so auf die Kreuzungs- oder Eckpunkte des Minischachbretts zu legen, dass in jeder waagerechten und senkrechten Linie je ein Stein liegt. Die sechs möglichen Verbindungslinien dieser Steine dürfen jedoch durch keinen anderen Kreuzungspunkt gehen.



14 Dame, König, Ass ...

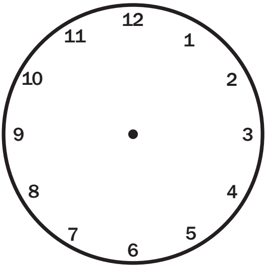
Vor Ihnen liegen 16 Spielkarten, die Sie so anordnen sollen, dass waagerecht, senkrecht und diagonal weder der gleiche Kartenwert noch die gleiche Farbe liegt.



15 Zifferblatt

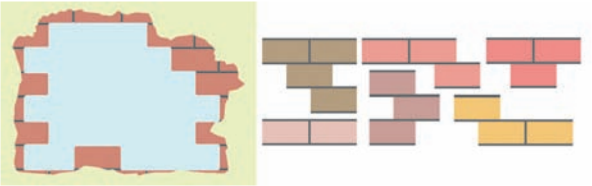
Das Zifferblatt soll durch zwei gerade Linien so in drei Teile geteilt werden, dass die Summe der Zahlen in jedem Teil gleich ist.

Und dann wollen wir noch wissen, wie spät es ist, wenn großer und kleiner Zeiger das Zifferblatt so teilen, dass die Summen beider Hälften ebenfalls gleich sind.



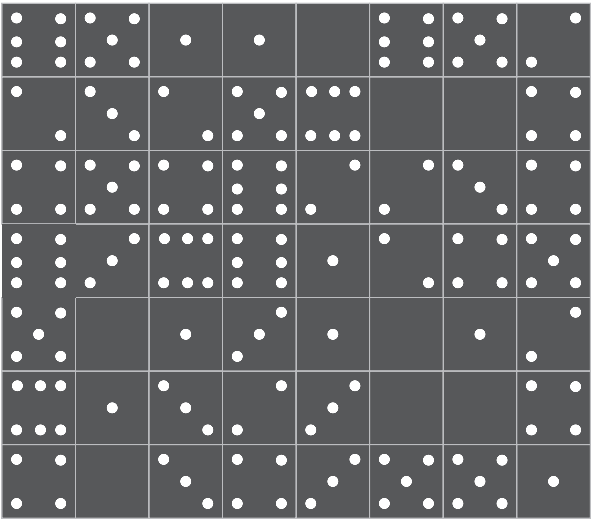
16 Mauerdurchbruch

Heimwerker M. Örtel hat eine Wand durchbrochen, die er nun mit den Bruchstücken wieder zumauern will. Helfen Sie ihm, die Mauerteile einzupassen.



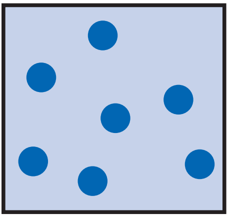
17 Dominoeffekt

Fassen Sie die Zahlen in den 56 Quadraten paarweise so zu Dominosteinen zusammen, dass jeder der 28 Steine (6/6, 6/5, …, 0/0) nur einmal vorkommt.



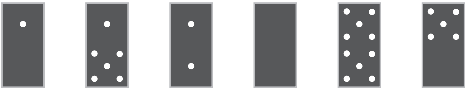
18 Drei Linien, sieben Teile

Teilen Sie das Viereck mit drei geraden Linien so in sieben Teile, dass sich in jedem Teil ein Kreis befindet.

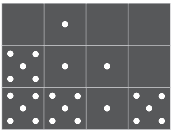


19 Sechs Dominosteine

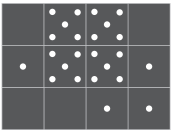
Sie haben die sechs Dominosteine 0/1, 1/5, 1/1, 0/0, 5/5 und 0/5. Versuchen Sie, damit jeweils die Figuren A bis F auszulegen. Geht das in allen Fällen?



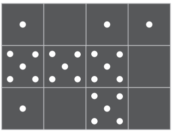
A



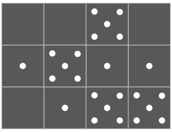
B



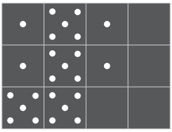
C



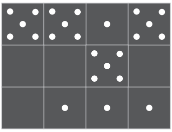
D



E



F



20 Minensuchen zum Ersten

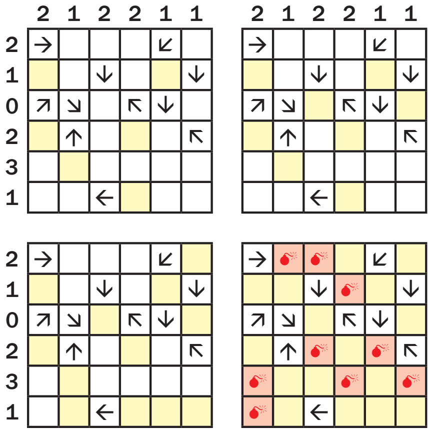
Unter einigen der grauen Felder sind Minen verborgen, wobei die Zahlen in den weißen Feldern die jeweilige Anzahl der horizontal, vertikal oder diagonal benachbarten Minen angeben. Wie viele Minen sind es jeweils, und wo sind sie versteckt?

1	2	1			1
				3	3
3					
	3			4	
		1	2		1
1		0			

			1		1
2			3		1
	5				1
		4	3		0
3		2		2	
			1		

21 Minensuchen zum Zweiten

Unter bestimmten Feldern eines schachbrettartigen Diagramms sind Minen versteckt, deren Anzahl in den jeweiligen Zeilen und Spalten am Rand angegeben ist. Zudem sind auf manchen der Felder Pfeile eingezeichnet, die zu verstehen geben, dass in Pfeilrichtung – senkrecht, waagerecht oder diagonal – mindestens eine Mine verborgen ist. Umgekehrt kann sich unter einem Feld, auf das überhaupt kein Pfeil zeigt, keine Mine befinden. Wo nun befinden sich in unserem Beispiel die neun Minen?



Zunächst einmal markieren wir alle die Felder, auf die kein Pfeil zeigt (links oben), dann alle Felder in jenen Zeilen und Spalten, bei denen am Rand eine 0 vermerkt ist (rechts oben). Bei den Zeilen und Spalten mit einer 1 am Rand können wir hinter einem waagerecht oder senkrecht zeigenden Pfeil alle Felder streichen (links unten). Jetzt macht das Auffinden der Minen kein Problem mehr. Zeile 4 und Spalte 1 mit jeweils zwei Minen haben nur noch zwei freie Felder …

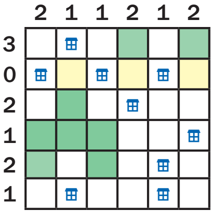
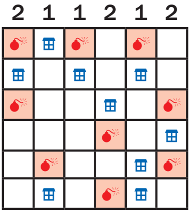
Mit dieser Anleitung sollten Sie die beiden Minenfelder auf dieser Seite problemlos räumen können.

	3	1	1	2	1	1	1	1
1	↘		↘					←
1					←			
2	→		↓					
1								↙
1	↗	↗		→	↓			
1						←		
3		↗						←
1		↗				↑	↑	

	1	3	1	1	1	1	2	1	4
1				→	↓				↙
3				↘			↓		
1							←		
2				↓					
2	↓								↖
2			↑	↘	↙	↗			↑
1		↑					↖		
1					↗			↑	↖
2					→				

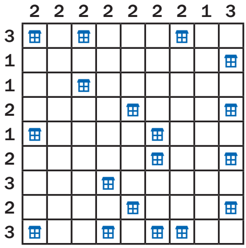
22 Minenlegen

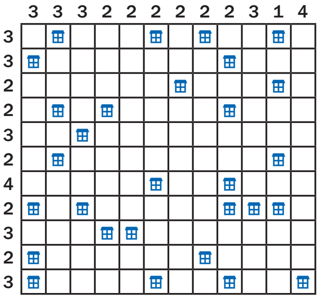
Feldwebel Schultze befiehlt während eines Manövers, sämtliche Gebäude auf dem Truppenübungsplatz zu verminen. Der Truppenübungsplatz ist in Planquadrate eingeteilt, auf einigen davon stehen Häuser, und zwar maximal eines pro Planquadrat. Jedes Haus muss nach der Maßgabe von Feldwebel Schultze einmal vermint werden, im benachbarten Planquadrat links oder rechts, dahinter oder davor, nicht aber in den diagonal angrenzenden. Planquadrate mit Minen dürfen sich nicht berühren, auch nicht an den Ecken. Wie muss Gefreiter Schweigert die Minen platzieren, dass unter diesen Vorgaben jedes Gebäude mit »seiner eigenen«

Mine versehen ist und sich in jeder Zeile und Spalte die am Rand vermerkte Anzahl befindet?

Zunächst streichen wir alle Felder, die sich nicht links oder rechts bzw. oberhalb und unterhalb eines Hauses befinden (im Beispiel grün markiert), dann jene Zeilen und Spalten, in denen sich überhaupt keine Mine befindet (hier die gelben Felder in Zeile 2). In Zeile 1 befinden sich jetzt nur noch drei freie Felder, auf denen der Gefreite Schweigert zwangsläufig Minen verstecken muss. Spalte 4 mit nur einer Mine ist jetzt auch erledigt …

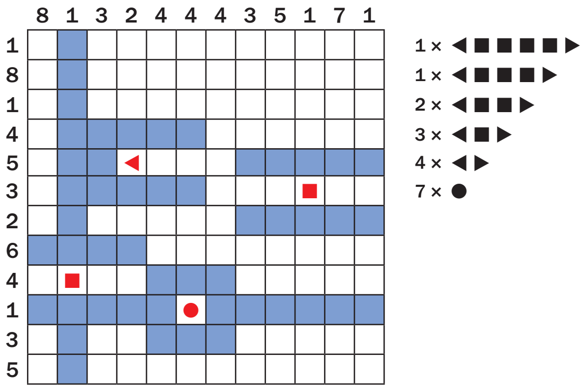




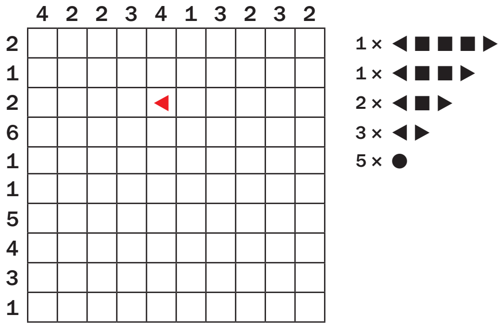
Verwandt mit dem Aufspüren von Minen ist das Spiel »Schiffe versenken«, das vor der Erfindung von Handyspielen zur Auflockerung dröger Unterrichtsstunden sehr beliebt war. Erinnern Sie sich noch?

23 Schiffe versenken

Bei »Schiffe versenken« sind in einem rechteckigen Diagramm eine bestimmte Anzahl von Schiffen versteckt, die aus einem bis sechs Modulen aufgebaut sind, deren Anzahl am Rand der jeweiligen Zeilen und Spalten angegeben ist. Aufgabe ist es, die Lage dieser Schiffe in dem Diagramm anhand der Vorgaben zu lokalisieren. Schiffe, die nur aus einem Modul bestehen, sind durch einen Kreis symbolisiert, bei größeren Schiffen sind Bug und Heck mit Dreiecken dargestellt, eventuelle Module dazwischen durch Quadrate. Kein Schiff darf ein anderes berühren, auch nicht an diagonal benachbarten Feldern. Jene Felder, die aufgrund der Vorgaben »Wasser« sein müssen, sind bereits blau eingefärbt. Rechts ist die Anzahl der Schiffe angeben, die aus 6, 5, 4 usw. Modulen aufgebaut sind.



Unten noch eine zweite, etwas kleinere, aber keineswegs leichtere dieser Aufgaben.



Bei Verschiebepuzzles und Rangierproblemen geht es darum, eine bestimmte figürliche Anordnung durch Verschieben oder Rangieren – selbstverständlich unter gewissen Rahmenbedingungen – in eine andere Anordnung zu überführen. Die schwierigeren unter ihnen erfordern neben räumlichem Vorstellungsvermögen auch kombinatorisches und logisches Denken und – wenn man sie im Kopf lösen will – auch ein gutes Kurzzeitgedächtnis.

24 Schiebung

Bei diesem Verschiebepuzzle soll die Grundanordnung (unten) mit möglichst wenigen Zügen wiederhergestellt werden, indem man jeweils einen der Spielsteine auf das ihm vertikal oder horizontal benachbarte weiße Feld verschiebt.

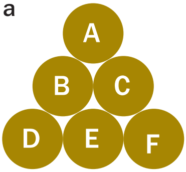
	6	1
8	4	3
2	7	5

1	2	3
4	5	6
7	8	

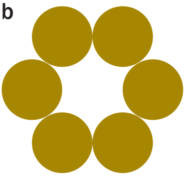
25 Münzordnung

Sechs Münzen sollen durch möglichst wenige Züge aus ihrer ursprünglichen Anordnung (a) in die neue Anordnung (b) gebracht werden. Es darf jeweils nur eine Münze bewegt werden, und alle Münzen müssen Kontakt mit mindestens einer anderen haben. Wie viele Züge werden benötigt?

a

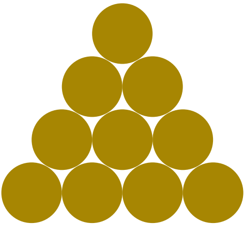


b



26 Kopfstand

Zehn Münzen sind dreiecksförmig angeordnet. Drei Münzen dürfen Sie verschieben, dann muss das Dreieck auf dem Kopf stehen, also mit der Spitze nach unten.



27 Platztausch

Hier sollen die grünen und die roten Steine den Platz tauschen. Dabei kann ein Spielstein auf ein freies Feld ziehen oder einen anderen Spielstein überspringen, wenn das Feld dahinter frei ist. Für die beiden Varianten a) und b) sollen Sie mit so wenigen Zügen wie möglich auskommen.

A	B	C		X	Y	Z

a)

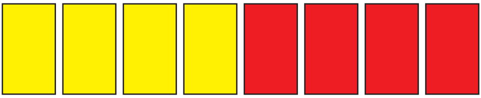
X	Y	Z		A	B	C

b)

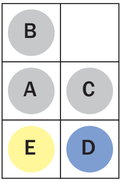
Z	Y	X		C	B	A

28 Kartentrick

Diese vier gelben und vier roten Karten sollen so umrangiert werden, dass nach vier Zügen die Abfolge der Karten rot – gelb – rot – gelb – usw. (oder gelb – rot – gelb – usw.) ist. Bei jedem Zug dürfen jeweils nur zwei direkt nebeneinanderliegende Karten an eine andere Stelle bewegt werden und am Ende müssen alle acht Karten wieder nebeneinanderliegen.



29 Zug um Zug



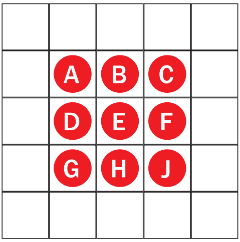
Aufgabe ist es, die mit A bis E markierten Spielsteine mit möglichst wenigen Zügen so auf ein freies Feld zu verschieben, dass zum Schluss D und E ihren Platz getauscht haben. Wie viele Züge braucht man?

30 Steinespiel

Die fünf Spielsteine auf der linken Seite sollen durch Verschieben mit möglichst wenigen Zügen so umgeordnet werden, dass sich am Schluss die Anordnung auf der rechten Seite ergibt.

Bei einem Zug müssen zwei verschiedenfarbige, direkt nebeneinanderliegende Steine gleichzeitig nach links oder rechts an eine andere Stelle verschoben werden, dürfen dabei aber nicht vertauscht werden. Wie viele Züge brauchen Sie?

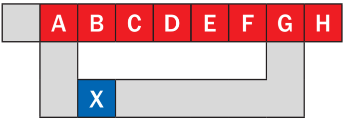
31 Solitär



Solitärspiele gibt es in zahlreichen Versionen. Ziel ist immer, durch Überspringen benachbarter Steine diese vom Brett zu nehmen, sodass am Ende nur noch ein Stein übrig bleibt. Hier haben wir eine kleine, einfache Variante mit nur neun Spielsteinen. Springen dürfen Sie waagerecht, senkrecht und diagonal. Am Schluss darf nur Stein E übrig bleiben, und zwar auf seiner ursprünglichen mittleren Position des Spielbretts.

32 Umgekehrte Reihenfolge

Bei diesem Schiebepuzzle müssen die Spielsteine so verschoben werden, dass am Ende die blauen und roten Steine an ihrer alten Position stehen, die roten jedoch in der umgekehrten Reihenfolge, also H anstelle von A usw.



33 Eifersüchtige Ehemänner

Fünf Ehepaare – Alberto und Anna, Cesare und Chiara, Luigi und Laura, Enrico und Emilia sowie Silvio und Stella – wollen ins Restaurant im Dachgeschoss eines Hochhauses. Dafür müssen sie den Aufzug nehmen, der allerdings nur drei Personen aufnehmen kann. Dummerweise ist die Außenschaltung des Aufzugs sowohl im Erd- als auch im Dachgeschoss defekt. Er kann nur von innen bei geschlossener Tür bedient werden.

Das wäre alles nicht so schlimm, wenn die Ehemänner nicht so entsetzlich eifersüchtig wären. Keiner möchte, dass seine Frau ohne ihn selbst mit irgendeinem der anderen Männer zusammen ist – weder im Aufzug noch im Erd- oder Dachgeschoss. Es soll aber auch keine Frau alleine vor dem Aufzug im Erd- oder Dachgeschoss warten müssen.

Wie bewerkstelligen sie es unter diesen Bedingungen, dass schließlich alle mit nur elf Aufzugfahrten ins Dachgeschoss kommen?

Die nächste Aufgabe ist schon seit der Zeit Karls des Großen bekannt und damit unbestreitbar einer der Klassiker der Rangierprobleme.

34 Wolf, Ziege und Kohlkopf

Bauer Piet ist mit einem Wolf, einer Ziege und einem Kohlkopf auf dem Weg zum Markt. Unterwegs kommt er an einen Fluss. An dessen linkem Ufer liegt zwar ein Boot, das aber auf einmal nur Bauer Piet und einen seiner »Begleiter« – den Wolf, die Ziege oder den Kohlkopf – übersetzen kann. Er muss sie also einzeln über den Fluss rudern. Dabei kann er weder den Wolf und die Ziege noch die Ziege und den Kohlkopf gemeinsam am selben Ufer zurücklassen – der Wolf würde die Ziege, die Ziege den Kohlkopf fressen.

Wie muss Bauer Piet vorgehen, um mit möglichst wenigen Überfahrten Wolf, Ziege und Kohlkopf unversehrt ans rechte Ufer zu bringen?

35 Vier Freunde

Vier Freunde kommen bei einer Wanderung an einen Fluss, der ihrem weiteren Fortkommen zum Hemmnis wird. Nach einigem Suchen finden sie am Ufer schließlich ein Boot. »Viel zu klein«, sagt der dicke Dieter, als er das Schild »Max. Tragkraft 120 kg« entdeckt. »Ich allein wiege ja schon 104 kg.«

Glücklicherweise sind seine Freunde alle wesentlich leichter als Dieter. Der hagere Hans wiegt 62 kg, der kleine Klaus ist sogar noch 6 kg leichter. Zusammen bringen die vier Freunde exakt 300 kg auf die Waage.

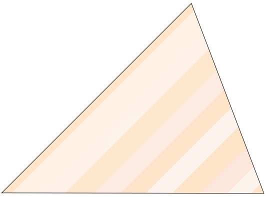
»Ich glaube, ich weiß, wie es mit neunmal Übersetzen funktionieren könnte«, sagt der stämmige Stefan nach einigem Nachdenken.

Zum Abschluss unseres Kapitels »Puzzliges« noch ein paar Aufgaben, bei denen es nicht ums Zusammensetzen oder Umordnen geht, sondern ums Aufteilen.

36 Das Brett

Schreinerlehrling Hans Hobel soll ein dreieckiges Brett durch zwei gerade Schnitte so in drei Teile zersägen, dass er aus diesen ein rechteckiges Brett gleicher Fläche zusammensetzen kann.

»Und die Maserung muss in Längsrichtung des Rechtecks verlaufen«, betont Schreinermeister Stecheisen.



37 Sikaku

Sikaku heißt diese Art von Aufgaben, bei denen man eine $n \times m$-Matrix in k Rechtecke aufteilen muss, wobei k die Anzahl der in der Matrix angegebenen Zahlen entspricht. Diese Zahlen stehen innerhalb des jeweiligen Rechtecks und geben die Anzahl der kleinen Quadrate an, aus denen das Rechteck aufgebaut ist.

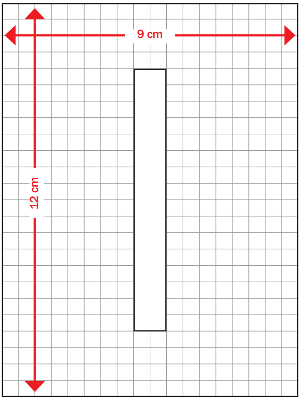
2					
		4			2
	8		6		
				2	
			6		
2					4

38 Teile und zähle!

Teilen Sie ein Quadrat mit zwei geraden Linien in drei Teilflächen auf. Die Linien müssen das gesamte Quadrat schneiden. Und jetzt probieren Sie das Ganze mit drei Linien und sieben Teilflächen, vier Linien und neun Teilflächen und fünf Linien und sieben Teilflächen.

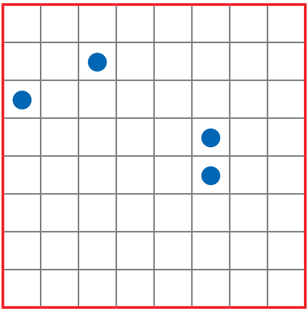
39 Schneidig

Klaus hat aus kariertem Papier diese Figur mit einem 8 cm langen, 1 cm breiten Schlitz in der Mitte ausgeschnitten. Wie kann er diese Figur so in zwei Teile zerschneiden, dass er diese zu einem 10 × 10 cm großen Quadrat zusammensetzen kann?



40 Weideland

Farmer Arkwright vererbt seinen vier Söhnen Charles, Francis, Gilbert und Jeremy ein Stück Weideland, das 64 Morgen groß und quadratisch ist. In seinem Testament hat Farmer Arkwright verfügt, dass das Land so aufzuteilen ist, dass jeder der Söhne einen flächengleichen Teil (d. h. einen Teil gleicher Fläche und Form) erhält. Zudem muss auf jedem Erbteil eine der vier Wasserstellen liegen. Wie müssen die Brüder die 64 Morgen Weideland aufteilen?



3 Räumliches

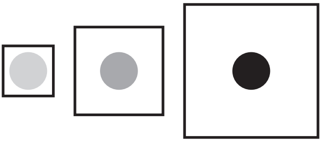
In diesem Kapitel sind Ihre visuellen Fähigkeiten gefragt. Bevor Sie sich aber in Ihrem dreidimensionalen Vorstellungsvermögen oder in Ihrer räumlichen und örtlichen Orientierung üben können, zunächst ein paar Einstiegsbeispiele aus dem weiten Feld der optischen Täuschungen sowie zum Erkennen von Symmetrieeigenschaften.

1 Der grüne Punkt

Wo liegt der grüne Punkt, bezogen auf die Höhe dieses gleichschenkligen Dreiecks? Direkt auf der halben Höhe, darüber oder darunter?

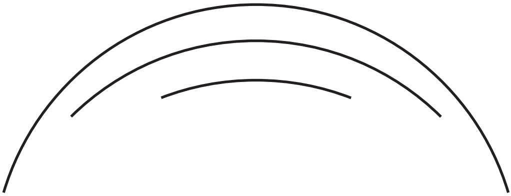
2 Punktgenau

Welcher der drei Punkte ist am größten?



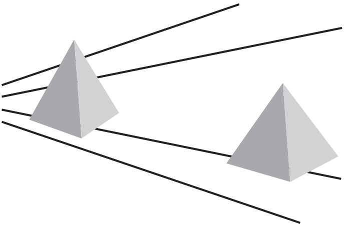
3 Kreisbogen

Welcher der drei Kreisbogen ist am stärksten, welcher am wenigsten gekrümmt?

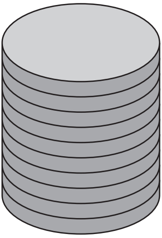


4 Pyramiden

Welche der beiden Pyramiden ist höher?



5 Scheibenstapel



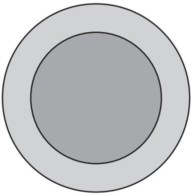
Ist der Durchmesser des Stapels links kleiner als seine Höhe?

6 Graue Balken

Welcher der beiden senkrechten Balken ist heller?

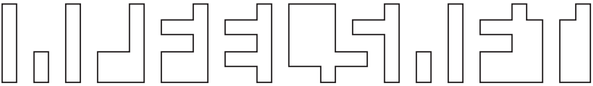
7 Grau in grau

Welche der beiden Flächen ist größer, der innere dunkelgraue Kreis oder der äußere hellgraue Ring?



8 Hieroglyphen

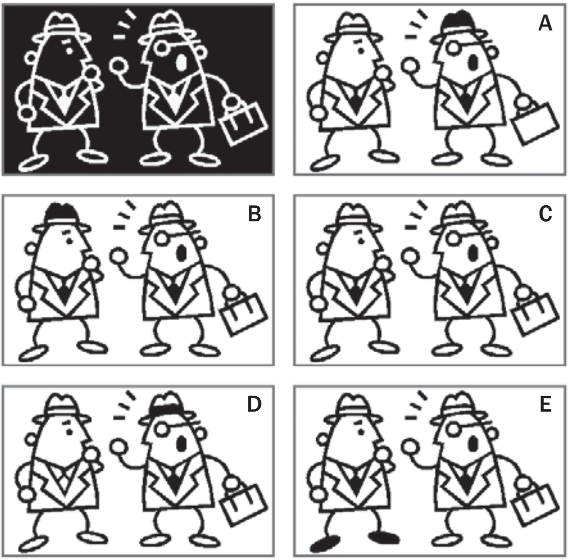
Können Sie auf Anhieb erkennen, was hier dargestellt ist?



Auch bei den folgenden Aufgaben, bei denen es um das Erkennen von bestimmten symmetrischen Merkmalen geht, ist genaues Hinschauen erforderlich.

9 Negativ

Welches der Bilder A bis E ist links oben negativ dargestellt?

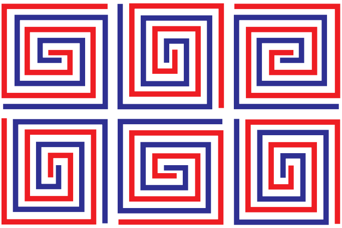


10 Grau und Grün

Sind die Anteile von Grau und Grün in allen drei Bildern gleich?

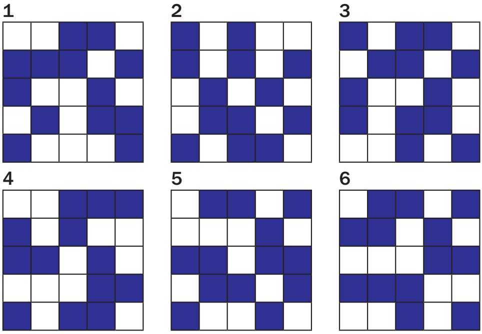
11 Spiralig

Eine Figur passt nicht ganz zu den anderen fünf. Welche ist es?



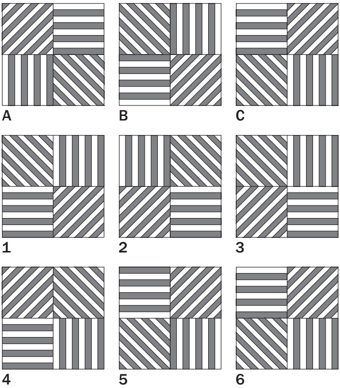
12 Gleich und Gleich

Zwei der sechs abgebildeten Quadrate sind deckungsgleich. Welche beiden sind es?



13 Streifenmuster

Welche der Figuren 1 bis 6 verhält sich zu Figur C wie Figur A zu Figur B?



Da diese Aufgabe einigermaßen schwierig ist, hier eine Zusatzfrage, sozusagen als Wink mit dem Zaunpfahl: Erhält man dieselbe Figur, wenn man sie um 90 Grad dreht und dann an einer Achse spiegelt, wie wenn man sie zuerst spiegelt und dann dreht?

14 Zahlensalat

Wie oft ist in diesen 16 Zeilen die Zahlenfolge 71359 – auch rückwärts als 95317 gelesen – versteckt?

9 7 1 9 0 9 1 9 3 5 6 3 9 5 3 1 7 1 5 2 4 9 1 9

0 5 9 8 3 6 1 9 3 7 5 6 3 8 3 7 9 7 4 9 0 6 7 1

8 1 0 7 1 3 5 9 8 9 8 1 6 8 7 4 3 7 2 1 5 0 2 9

6 9 2 3 7 4 9 5 4 7 4 8 4 7 4 7 3 1 7 1 8 3 4 6

3 7 0 9 5 2 9 4 1 8 6 3 1 9 4 9 8 9 7 1 3 5 9 6

4 3 6 1 0 4 6 3 7 1 7 6 0 7 3 2 8 7 9 2 8 6 5 4

9 5 3 2 5 7 1 3 5 9 8 4 6 9 7 8 1 3 1 2 5 9 0 3

0 3 7 5 1 6 7 8 1 6 9 3 7 6 7 2 3 4 7 9 4 8 5 3

4 8 2 6 8 4 1 2 8 7 5 3 4 2 4 9 5 3 1 7 4 7 5 9

8 3 5 2 3 8 2 5 8 1 4 7 1 3 5 9 1 3 0 1 9 1 2 6

5 4 2 5 2 8 2 0 2 7 8 4 6 2 9 2 7 0 8 0 7 2 6 8

1 0 9 5 3 1 7 4 7 5 9 4 0 6 1 2 7 8 9 2 7 2 3 9

1 4 1 5 0 7 0 3 1 0 1 9 5 9 7 2 1 5 3 0 7 3 7 0

3 7 6 1 6 9 7 3 1 3 7 5 8 4 5 1 0 3 0 1 2 5 9 3

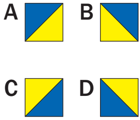
9 6 8 3 7 5 6 3 7 1 3 5 9 7 4 5 0 6 2 4 9 0 9 8

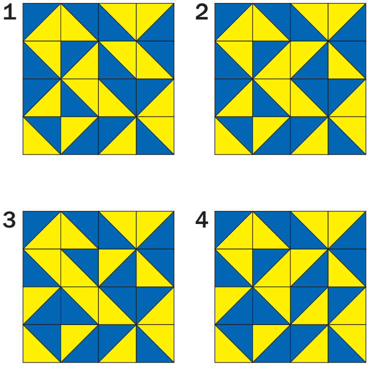
5 9 3 8 6 9 3 1 6 9 1 8 4 7 9 5 3 6 0 2 6 9 1 7

15 Mustervergleich

Ersetzen Sie in dem Schachbrett die Buchstaben – rein gedanklich – durch die entsprechenden Figuren A, B, C oder D. Welches der Muster auf der rechten Seite erhalten Sie?

A	B	D	C
D	A	C	B
C	D	B	A
B	C	A	D

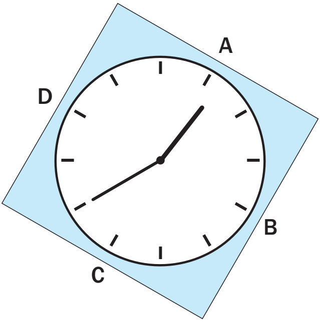




16 Die Uhr

Bei dieser Aufgabe ist ebenfalls das Erkennen von Symmetrien gefragt, auch wenn es auf den ersten Blick nicht so aussehen mag:

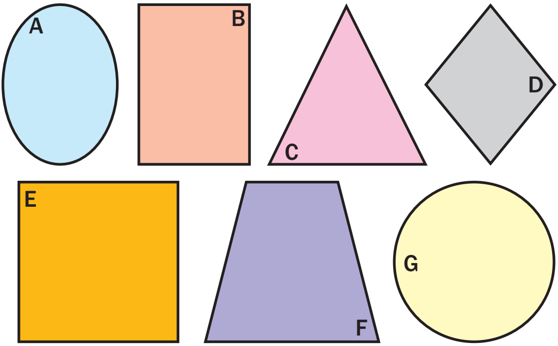
Vor Ihnen liegt eine Uhr. Leider hat die Uhr keine Zahlen, und die Balken, die die Stunden anzeigen, sind auch alle gleich. Sie wollen die Uhr aufhängen, müssen dafür aber wissen, welche der vier Seiten des quadratischen Gehäuses nach oben gehört. Welche Seite muss oben sein, damit die Uhr richtig hängt? Und wie spät ist es eigentlich?



Darstellungen räumlicher Objekte in einem Buch sind zwangsläufig immer zweidimensional. Meist lässt sich die Natur eines Objekts jedoch an seiner zweidimensionalen Abbildung erkennen – normalerweise kann man einen nahestehenden Menschen sogar an seinem Passbild identifizieren. Doch es gibt auch Fälle, bei denen man auf den ersten Blick nicht ohne Weiteres eindeutig erkennen kann, was dargestellt ist. Mit einigen dieser Problemfälle dürfen Sie sich in den nächsten Aufgaben herumschlagen.

17 Schnittlage

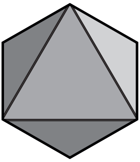
Zerteilt man eine Kugel, einen Würfel, eine Pyramide, einen Kegel und einen Zylinder durch ebene Schnitte, erhält man je nach Schnittlage verschiedene zweidimensionale Figuren. In unserem Beispiel sollen Kegel und Zylinder senkrechte Kreiskegel bzw. -zylinder sein, die Pyramide sei eine quadratische, reguläre Pyramide. Können Sie die Figuren A bis G den einzelnen Körpern als mögliche Schnitte zuordnen?



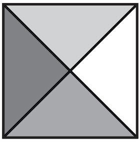
18 Rein platonisch

Drei der vier Figuren sind unterschiedliche Ansichten ein und desselben geometrischen Körpers. Welche drei sind es und was ist es für ein Körper?

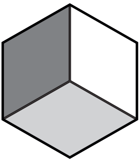
A



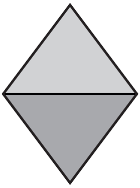
B



C



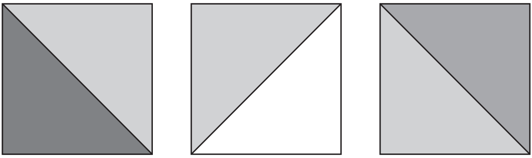
D



19 Körperlich 1

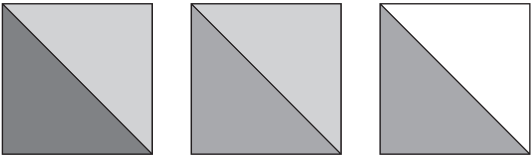
Unten sehen Sie die Seiten- und Vorderansichten sowie die Aufsichten von zwei Körpern A und B. Wie sehen diese Körper dreidimensional aus?

A



Seite Vorne Oben

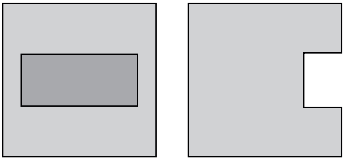
B



Seite Vorne Oben

20 Körperlich 2

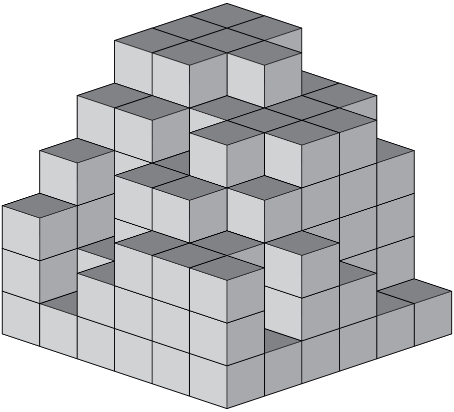
Sie sehen hier die Vorder- und die Seitenansicht eines Körpers. Wie könnte dieser Körper dreidimensional aussehen?



21 Würfelruine

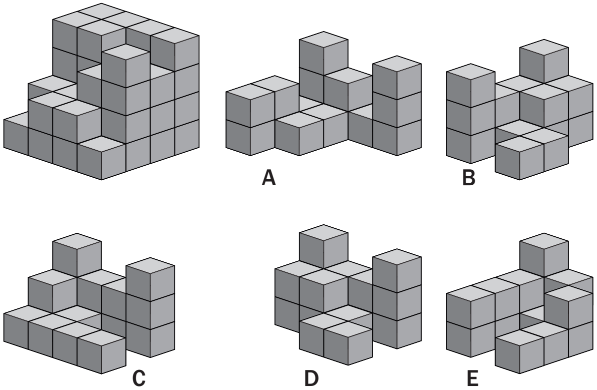
Die unten stehende Figur soll zu einem großen Würfel aus insgesamt 216 kleinen Würfeln ergänzt werden. Wie viele kleine Würfel braucht man dafür? Auf der Unterseite und den Rückseiten oder gar im Innern fehlen natürlich keine Würfel.

Schätzen Sie zuerst den Anteil der fehlenden Würfel. Ist es ein Fünftel, ein Viertel, ein Drittel, zwei Fünftel oder eher die Hälfte? Dann versuchen Sie, die Aufgabe zunächst einmal im Kopf zu lösen, indem Sie die fehlenden kleinen Würfel zählen.



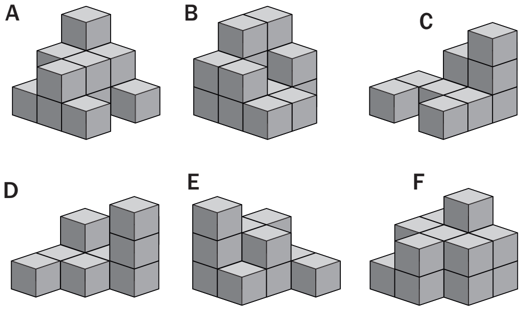
22 Würfeltorso

Mit welchem der Teile A bis E lässt sich der Würfeltorso links oben zu einem vollständigen Würfel der Kantenlänge 4 ergänzen?

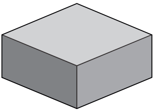


23 Passgenau

Zwei der sechs Figuren lassen sich zu einem aus $3 \times 3 \times 3$ kleinen Würfeln aufgebauten großen Würfel zusammensetzen.



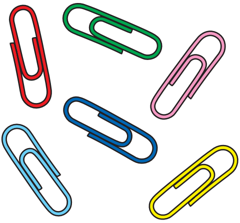
24 Stapelkünste



Sie haben sechs Backsteine mit den Maßen 20 × 20 × 10 cm. Diese müssen Sie in eine würfelförmige Kiste der Seitenlänge 30 cm verpacken. Die Kiste hat einen Rauminhalt von 0,27 m^3, die sechs Backsteine zusammen von 0,24 m^3. Vom Volumen der Kiste her sollte es gehen. Und es funktioniert auch, wenngleich es nicht ganz leicht ist.

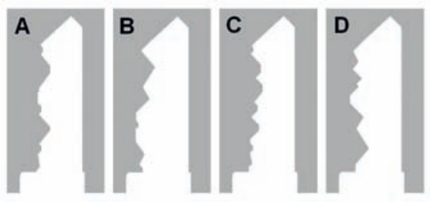
25 Büroklammern

Welche der Büroklammern passt nicht zu den anderen?



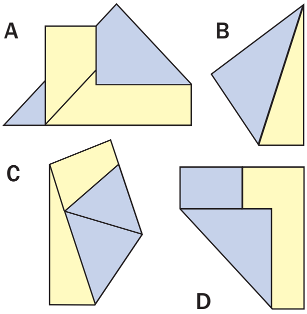
26 Der passende Schlüssel

Welcher der vier Schlüssel passt in welches der vier Schlösser, die hinterhältigerweise erst auf der nächsten Seite abgebildet sind?



27 Denkfalten

Aus einem Blatt Papier (irgendein DIN-A-Format, zur besseren Unterscheidung der beiden Seiten sei die Vorderseite gelb, die Rückseite blau gefärbt) sollen Sie – rein gedanklich – die nebenstehenden Figuren falten.



28 Konfetti

Mit einem Locher stanzt Ralf Löcher in bunte Papierbogen. »Was treibst du denn da?«, will sein Freund Andreas wissen.

»Ich bastle mir Konfetti«, erwidert Ralf.

»Ist das nicht ein etwas mühsames Unterfangen?«, fragt Guido.

»Och nö. Ich falte das Papier vorher dreimal, und bekomme so die vierfache Menge.«

»Da solltest du aber die sechsfache Menge kriegen«, wendet Andreas ein.

»Quatsch!«, widerspricht Guido. »Bei dreimaligem Falten kriegt man die achtfache Menge.«

Wer von den drei Freunden hat nun recht?

Beliebte Aufgaben zum dreidimensionalen Vorstellungsvermögen sind jene, bei denen man aus den auseinandergeklappten Seiten eines geometrischen Körpers eben diesen im Geiste zu rekonstruieren hat. Einige davon sollen Ihnen nicht vorenthalten werden.

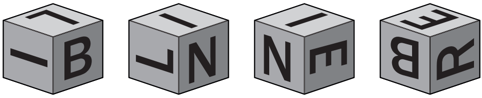
29 Aufgewickelt

Zuerst wollen wir aber einmal den umgekehrten Weg beschreiten: Aus den drei unterschiedlichen Ansichten desselben Würfels sollten Sie herausfinden können, welche Augenzahl der drei gegenüberliegt, also wie der Würfel »aufgewickelt« aussieht.

30 Berlin

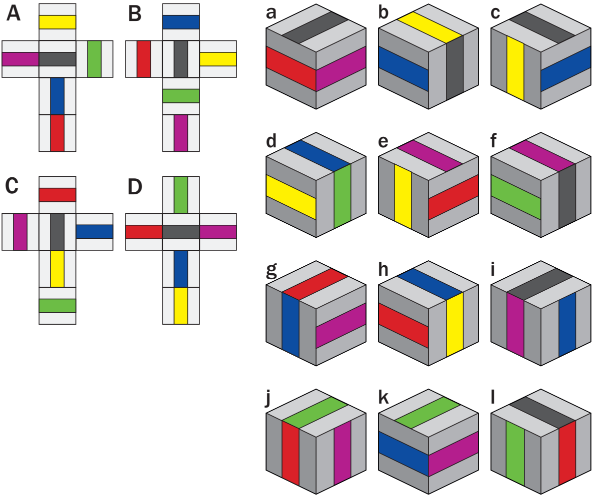
Aus der mit B – E – R – L – I – N beschrifteten Planfigur bastle man einen Würfel.

Welches der folgenden Bilder kann man mit diesem Würfel unmöglich würfeln?



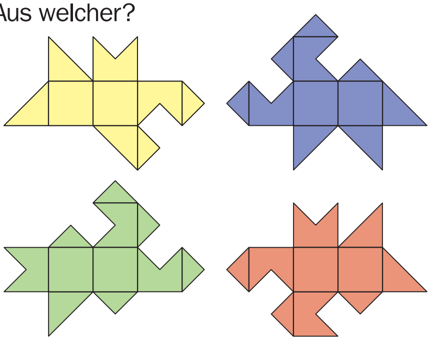
31 Streifenwürfel

Aus jeder der Plandarstellungen A bis D lassen sich jeweils drei der auf der rechten Seite abgebildeten Würfel falten. Ordnen Sie jeder Planfigur die drei entsprechenden Würfel zu.



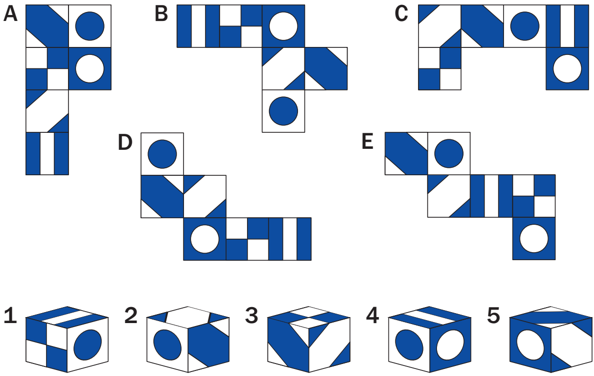
32 Faltwürfel

Aus einer dieser Plandarstellungen lässt sich ein Würfel falten. Aus welcher?



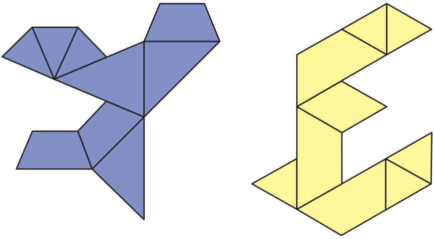
33 Würfelbild

Aus einer der abgebildeten Darstellungen A bis E soll ein Würfel gefaltet werden, mit der Maßgabe, dass eine der fünf Figuren 1 bis 5 ein räumliches Bild dieses Würfels ist.



34 Origami

Welche einfachen geometrischen Körper lassen sich aus den beiden Plandarstellungen falten?

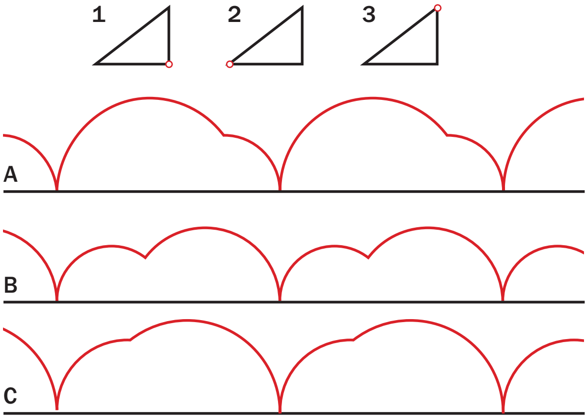


Wie Sie sicher gemerkt haben, ist es nicht immer leicht, von einer zweidimensionalen Abbildung auf das zugehörige dreidimensionale Objekt zu schließen. Sie sollten aber nicht glauben, dass ein Schluss von der ersten auf die zweite Dimension immer einfacher ist, wie Sie bei der letzten Aufgabe dieses Kapitels, wo ein Punkt sich über eine Fläche bewegt, sehen werden.

35 Abrollkurve

Bei drei kongruenten rechtwinkligen Dreiecken mit den Seitenverhältnissen 3 : 4 : 5 ist jeweils eine andere Ecke mit einem roten Punkt markiert. Wenn man diese Dreiecke nun entlang einer Linie nach rechts kippend fortbewegt, beschreiben die roten Punkte Abrollkurven, die jeweils eine andere Form haben.

Können Sie die Abrollkurven A, B und C den Drei-

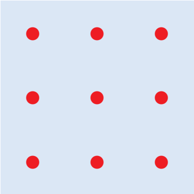


ecken 1, 2 und 3 zuordnen? Dreiecke und Kurven haben den gleichen Maßstab.

4 Örtliches

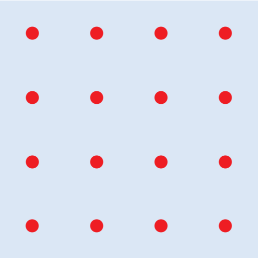
Bei den nächsten Aufgaben ist im Prinzip stets das Gleiche verlangt: von A nach B zu kommen bzw. A und B zu verbinden, allerdings unter unterschiedlichen Bedingungen. Sie erfordern, sofern man sie ohne Zuhilfenahme eines Bleistifts – also nicht grafisch, sondern nur optisch – lösen will, ein gutes Gedächtnis und, mehr oder weniger, ein gewisses Maß an Orientierungsfähigkeit. Zunächst aber wollen wir mit einer Variante eines Klassikers beginnen.

1 Drei Linien



Normalerweise sollen die neun Punkte durch vier gerade Linien ohne abzusetzen, also in einem Zug, verbunden werden. Wir wollen diese bekannte klassische Aufgabe (bezeichnen Sie einen Klassiker niemals als alten Hut!) etwas variieren – Sie müssen es mit nur drei Linien schaffen.

2 Sechs Linien

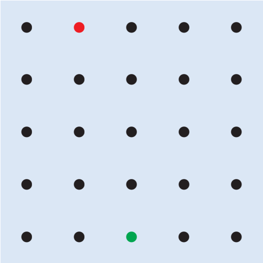


Die Fragestellung ist die im Prinzip gleiche wie in der Aufgabe zuvor. Können Sie mit einem normalen Bleistift die 16 Punkte mit sechs geraden Linien verbinden, ohne abzusetzen?

Wenn Sie die beiden vorigen Probleme gelöst haben, indem sie über die (scheinbar gemachten) Vorgaben hinausgedacht haben, dürfte Ihnen die nächste Aufgabe keine Probleme mehr bereiten.

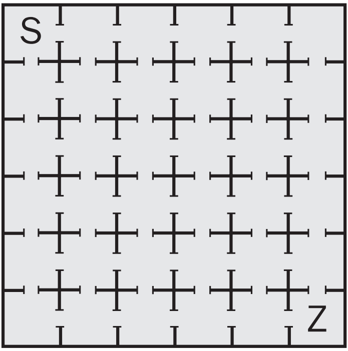
3 Acht Linien

Verbinden Sie die 25 Punkte mit acht geraden, zusammenhängenden Linien. Dabei müssen Sie mit dem roten Punkt anfangen und beim grünen enden.

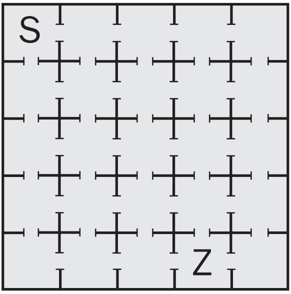


4 Einfache Chance

Bei einer Quizshow werden im Studio 36 quadratische Räume aufgebaut. Von jedem Raum aus kann man die ihm benachbarten Räume durch Türen betreten. Kandidat Benno Schwassmann-Zickelbein bekommt nun die Aufgabe, von Raum S aus den Raum Z zu erreichen. Dabei muss er alle Räume durchqueren, darf jeden Raum mit Ausnahme des Startraums S aber nur einmal betreten. Wenn er es schafft, unter diesen Bedingungen den Zielraum Z zu erreichen, gewinnt er 50 000 €. Welchen Weg muss er nehmen?

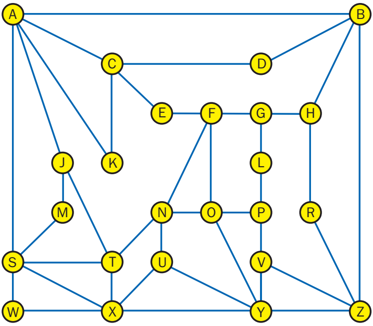


5 Doppelt oder nichts



Nachdem Benno die Aufgabe bravourös gemeistert und dadurch 50 000 € gewonnen hat, macht ihm der Quizmaster das Angebot: »Doppelt oder nichts.« Dieses Mal sind es nur 25 Räume, und wenn Benno es unter ansonsten gleichen Bedingungen schafft, von S nach Z zu gelangen, ist er um 100 000 € reicher. Andernfalls geht er leer aus. Soll er das Angebot des Moderators annehmen?

6 Von A nach Z

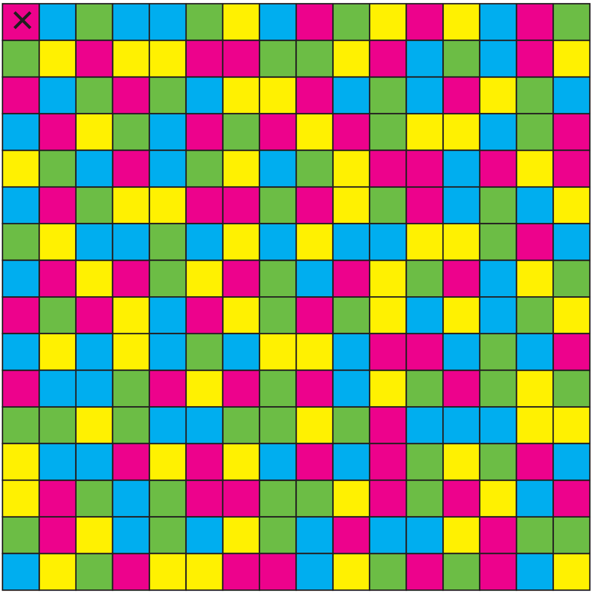


Die nebenstehende Abbildung sei eine schematische Landkarte, welche die Straßenverbindungen zwischen den Orten A bis Z darstellt. Um Verwechslungen zu vermeiden, gibt es keine Orte mit den Buchstaben I und Q – es sind also nur 24. Sie sollen nun von A bis Z reisen und dabei jeden Ort einmal – und nur einmal – berühren.

Tipp: Suchen Sie zuerst die Orte, von denen nur zwei Straßen ausgehen. Dadurch können Sie einige andere Straßen eliminieren.

7 Ab in die Ecke

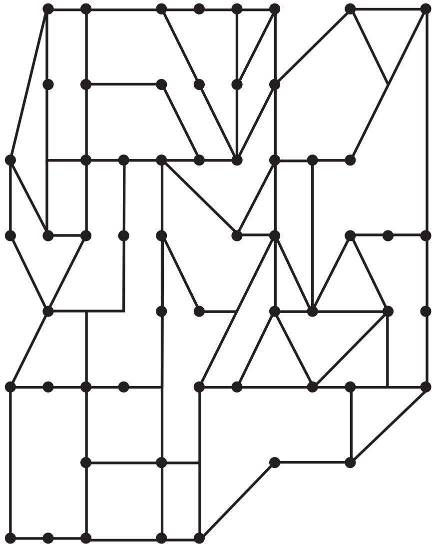
Bei dieser Aufgabe dürfen Sie sich waagerecht und senkrecht, nicht diagonal, jeweils von einem Kästchen zu einem benachbarten bewegen. Sie sollen von der roten Ecke in die grüne, von dort in die gelbe und dann zur blauen Ecke fahren. Von einem roten Kästchen aus dürfen sie nur ein grünes betreten, von einem grünen aus nur ein gelbes, von einem gelben aus nur ein blaues und von einem blauen aus nur ein rotes. Ein Kästchen darf nur einmal betreten werden.



Das Ganze ist relativ einfach, wenn man mit einem Stift den Weg nachzeichnet. Deshalb sollen Sie hier versuchen, den einzig möglichen Weg durch das Farblabyrinth nur mit den Augen zu finden. Können Sie sich den zurückgelegten Weg merken?

8 Rundreise

Starten Sie bei einem beliebigen Punkt eine Rundreise, bei der Sie alle anderen Punkte berühren müssen und keinen Weg zweimal befahren dürfen.

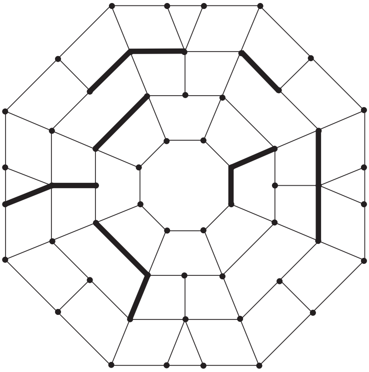


9 Bahnfahrt

Alle zehn Minuten fährt vom S-Bahnhof von Aheim eine Bahn nach Ghausen und von dort sofort wieder zurück. Sie hält dabei zwischendurch jeweils an den fünf Stationen Bweiler, Cdorf, Dberg, Ehofen und Fbach – auf der Rückfahrt natürlich in umgekehrter Reihenfolge – und braucht für die einfache Strecke genau eine Stunde.
Wie viele S-Bahn-Züge kommen Ihnen entgegen, wenn Sie von Aheim nach Ghausen fahren?

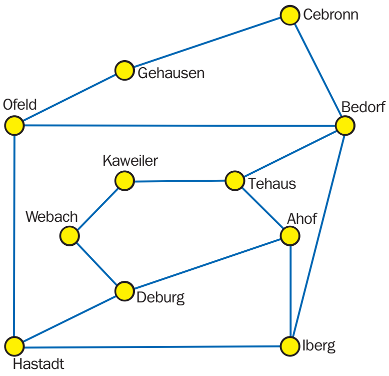
10 Spinnennetz

Verbinden Sie die dick eingezeichneten Linien miteinander, sodass ein geschlossener, kreuzungsfreier Linienzug entsteht.



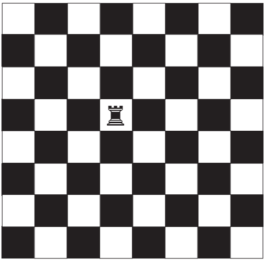
11 Bäcker Boris

Boris arbeitet in einer Bäckerei in Hastadt. Jeden Morgen nach Schichtende beliefert er auf der Heimfahrt zu seinem Wohnort Deburg noch die Filialen in Ahof, Bedorf, Cebronn, Gehausen, Iberg, Kaweiler, Ofeld, Tehaus und Webach. Welche Route muss er nehmen, um jeden Ort nur einmal zu berühren?



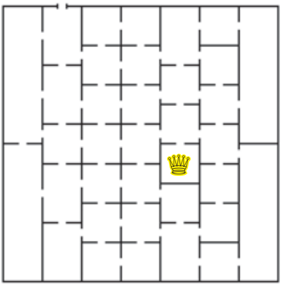
12 Der Turm

Der Turm soll über alle 64 Felder des Schachbretts ziehen und mit dem 16. Zug wieder auf sein Ausgangsfeld zurückkehren.



13 Der Schatz

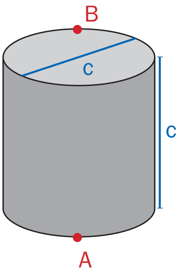
Finden Sie in den Kellern von Hiddentreasure Castle den Raum mit dem verborgenen Schatz. Betreten Sie die Kellerräume am Eingang links oben. Sie müssen durch jede der Türen zwischen den 36 Räumen gehen, dürfen dabei ihren Weg aber nicht kreuzen.



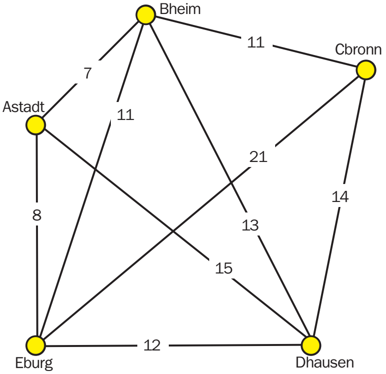
14 Die Ameise

Eine Ameise sitzt am unteren Rand A einer runden, zylindrischen Konservendose und will zu dem gegenüberliegenden Punkt B am oberen Rand. Die Höhe der Dose ist genau so groß wie ihr Durchmesser c. Welches ist für die Ameise der kürzestmögliche Weg, um von A nach B zu kommen, und wie lang ist dieser?

Die Aufgabe ist mit einfachen mathematischen Kenntnissen zu lösen.



15 Abwechslung

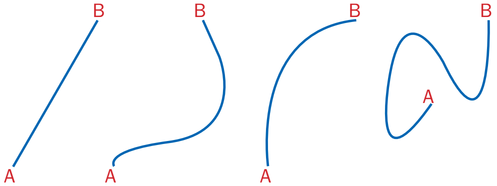


Weinhändler Rotspon aus Astadt beliefert einmal jeden Monat Weinstuben in Bheim, Cbronn, Dhausen und Eburg. Er hat sich vorgenommen, in jedem Monat eine andere Strecke zu fahren und dabei jeden Ort nur einmal zu berühren. Schafft er das, zumal es zwischen Astadt und Cbronn keine direkte Straßenverbindung gibt? Wenn ja, wie viele Kilometer fährt er dann im Jahr (die Zahlenangaben an den einzelnen Strecken sind die Entfernungen zwischen den Orten)?

16 Farbspur

Beginnend auf dem grünen Feld links oben sollen Sie sämtliche 55 Felder durchwandern und auf dem violetten Feld ganz unten enden. Dabei dürfen Sie von einem grünen Feld aus nur auf ein gelbes oder ein rotes Feld ziehen. Von einem gelben Feld dürfen Sie nur auf ein blaues oder violettes, von einem blauen nur auf ein grünes oder violettes, von einem roten nur auf ein gelbes oder blaues und von einem violetten nur auf ein grünes oder rotes Feld ziehen. So ist beispielsweise rechts oben nur die eingezeichnete Zugfolge möglich.

Mit der folgenden Aufgabe betreten wir den Boden eines der interessantesten Teilgebiete der modernen Mathematik, der Topologie. Als »Geometrie der Lage« behandelt die Topologie Eigenschaften geometrischer Gebilde wie Kurven, Flächen oder Räume. Diese sind zwar auch Gegenstand der traditionellen Geometrie, doch deren Objekte unterscheiden sich von jenen der Topologie grundlegend. Diese untersucht, was mit Objekten passiert, wenn man ihre Größe oder Form verändert, sie verbiegt, verdreht oder deformiert. Während für die Geometrie ein Kreis und ein Viereck zwei verschiedene Figuren sind, unterscheiden diese sich topologisch gesehen nicht: Es sind beides Figuren aus einer geschlossene Linie mit einer Innen- und einer Außenseite.



Gleiches gilt für die oben abgebildeten Kurven. In ihrer geometrischen Form sind sie zwar unterschiedlich, doch als Linien, die ohne sich zu schneiden die Endpunkte A und B verbinden, sind sie topologisch gleich.

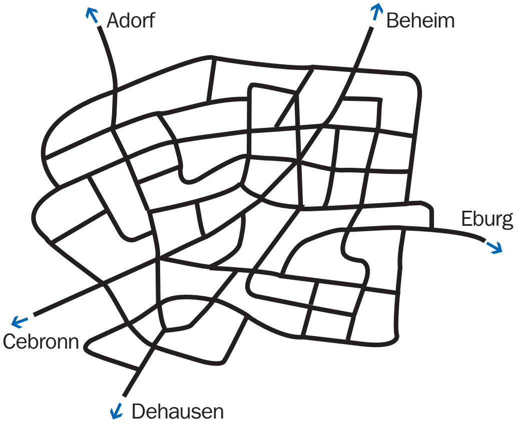
17 Fischgräte

Benno Schwassmann-Zickelbein hat seinem Freund Gustav Grübel, den er indes schon über zwei Jahre nicht mehr gesehen hat, einen Brief geschrieben:

»Lieber Gustav, ich möchte dir auf diesem Wege mitteilen, dass wir umgezogen sind und jetzt in Effstadt in der Leonhard-Euler-Straße 7 wohnen. Ich möchte dich auf diesem Wege einladen, uns doch einmal zu besuchen. Wegen der unerfreulichen Verkehrssituation in Effstadt – acht Baustellen und diverse Umleitungen lassen die ohnehin schon abstruse Einbahnstraßenregelung in ein Chaos ausarten – habe ich dir einen Plan mitgeschickt, wie du, von Beheim kommend, in die Leonhard-Euler-Straße findest.«

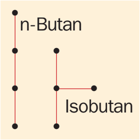
»Dazu ist zu sagen, dass jeder der Knoten für eine Kreuzung oder Einmündung steht. An diesen Knoten musst du jeweils so viele Straßen links *und* rechts liegen lassen, wie Striche von ihm abgehen. An einer Kreuzung mit vier Straßen musst du demnach geradeaus fahren, wenn an dem entsprechenden Knoten sich links und recht jeweils ein Strich befindet. Nach dem letzten Knoten solltest du in der Leonhard-Euler-Straße sein. Also, bis dann …«

Damit Sie nachvollziehen können, wie Gustav seinen Weg zu seinem Freund Benno findet, wollen wir Ihnen einen Stadtplan von Effstadt natürlich nicht vorenthalten.



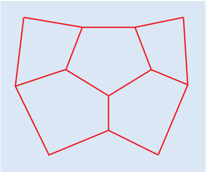
18 Heptan

Butan ist ein gesättigter Kohlenwasserstoff mit vier Kohlenstoffatomen, der in zwei Strukturvarianten auftritt, dem n-Butan und dem Isobutan. Im ersten Fall bilden die Kohlenstoffatome eine Kette, im zweiten eine tetraedrische Struktur. Mehr topologische Möglichkeiten, die vier Kohlenstoffatome aneinanderzuhängen, gibt es nicht. Anders beim Heptan, das aus sieben Kohlenstoffatomen besteht. Wie viele solche Strukturvarianten, die in der Chemie als Isomere bezeichnet werden, sind beim Heptan theoretisch möglich?



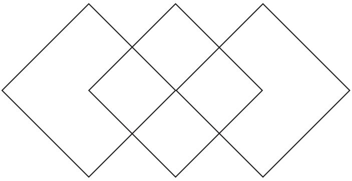
19 Polygonal

Aufgabe ist es, jede dieser 16 Linien, aus denen die geometrische Figur aus zwei Vier- und drei Fünfecken besteht, genau einmal durch eine fortlaufende Kurve zu kreuzen, also in einem Strich, ohne den Bleistift vom Papier zu nehmen.



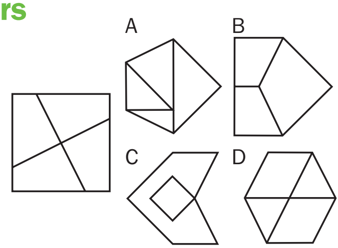
20 Drei Quadrate

Hier sollen Sie die Umrisse der Quadrate in einem Zug nachfahren, wobei sich keine Linie mit einer anderen überkreuzen darf.



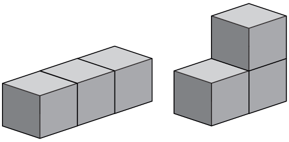
21 Topologisch anders

Welche der vier Figuren A bis D entspricht topologisch nicht der Figur links?



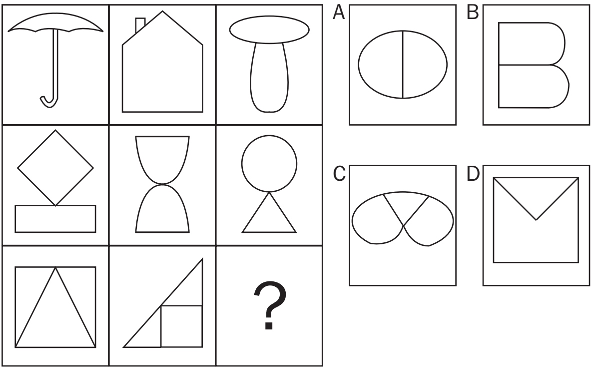
22 Würfeltopologie

Drei Würfel lassen sich auf die zwei rechts gezeigten Arten »aneinanderkleben«. Wie viele solcher topologisch unterschiedlichen Möglichkeiten gibt es bei vier Würfeln?



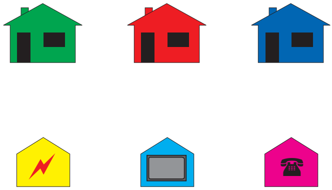
23 Topo-Logisch

Diese topologische Aufgabe ist ein Vorgeschmack darauf, womit Sie sich im nächsten »Folgerichtiges« genannten Kapitel herumplagen dürfen. Welches der vier Objekte A bis D ersetzt das Fragezeichen?



24 Scheibenwelt

In der Scheibenwelt bekommt Ingenieur Qab el-Salad die Aufgabe, drei Häuser mit dem Lebensnotwendigsten zu versorgen: Er soll sie an das Telefon- und Fernseh- und natürlich an das Stromnetz anschließen.

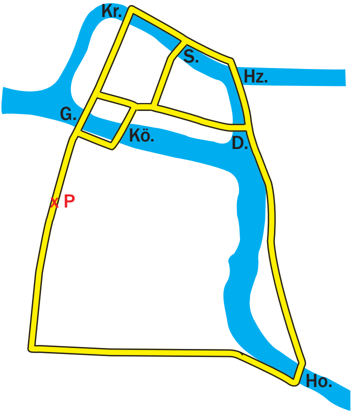


Wie löst el-Salad dieses Problem, denn in der Scheibenwelt, die ja nur in zwei Dimensionen existiert, können sich Leitungen nicht überkreuzen?

Und damit wären wir wieder einmal bei einem Klassiker: Die sieben Brücken von Königsberg.

25 Über sieben Brücken …

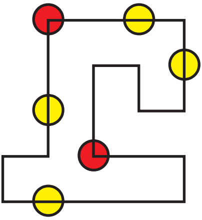
In Königsberg führen sieben Brücken über die beiden Arme des Pregel, rechts ein (sehr) vereinfachter Stadtplan. Die Brücken heißen Krämerbrücke, Schmiedebrücke, Holzbrücke, Dombrücke, Grüne Brücke, Köttelbrücke (sic!) und Hohe Brücke.



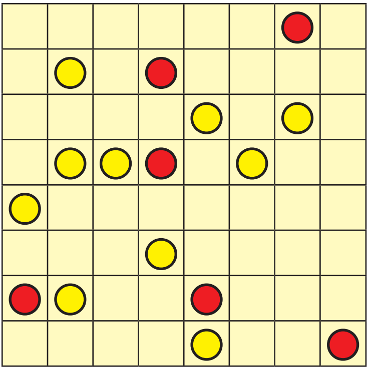
Aufgabe ist es, an einer beliebigen Stelle (z. B. Punkt P) loszumarschieren, alle Brücken einmal und nur einmal zu überqueren und dann wieder zum Ausgangspunkt zurückzukehren.

Seit dem durchschlagenden Erfolg von Sudoku werden nach und nach auch andere »Zahlenrätsel« aus Japan bei uns immer bekannter und beliebter. Wie Sudoku selbst haben viele dieser Rätsel mit Zahlen jedoch nur bedingt etwas zu tun. Einige von ihnen sind ihrem Wesen nach eigentlich topologische Rätsel; an vier davon können Sie Ihr diesbezügliches Geschick erproben.

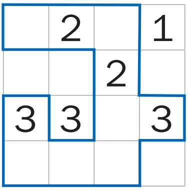
26 Masyu



Bei Masyu soll ein geschlossener Linienzug eingezeichnet werden, der durch alle gelben und roten Punkte geht. Die Linien dürfen wiederum nur waagerecht oder senkrecht verlaufen und sich nicht kreuzen. Auf den Feldern mit den roten Punkten ändert der Linienzug seine Richtung um 90 Grad; nicht jedoch in den beiden anschließenden Feldern. Durch die Felder mit den gelben Punkten geht der Linienzug gerade hindurch; er muss jedoch in mindestens einem der beiden anschließenden Felder seine Richtung um 90 Grad ändern.



27 Suriza



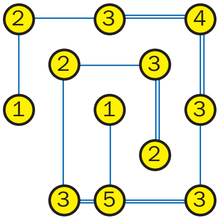
Bei Suriza, auch als Slither Link bekannt, muss ähnlich wie in der vorigen Aufgabe ebenfalls ein geschlossener Pfad gefunden werden, der in horizontaler und vertikaler Richtung auf den Linien des Schachbretts verläuft. Die Zahlen 0 bis 3 innerhalb einiger Quadrate geben an, wie viele Seiten des jeweiligen Quadrats auf dem Pfad liegen. Steht in einem Quadrat keine Zahl, dann kann es von 0, 1, 2 oder 3 Linien umgeben sein. Mit diesen Angaben lässt sich eine eindeutige Lösung finden. Die in nebenstehendem Beispiel eingetragenen sechs Zahlen – sämtliche redundanten Informationen sind entfernt – lassen nur den blau eingezeichneten Linienzug als Lösung zu.

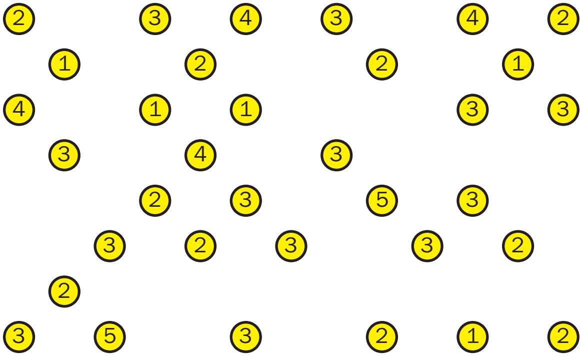
Tipp: Am sinnvollsten fängt man mit den Feldern an, in denen eine Null steht.

2	2	1	3		2		3		3					
		2	3	2	2	3	2	1	1	2	1	2		3
3	2	2			1	2	2	2		2	1		1	3
	1	2	2	1	2			3	2	1	1		2	
3	2	2	2		3	3	1		1		0	1	2	0
1	2	2	1		0		2	3	1		2	1	3	2
	3		2	3	2	2			1	1	2	2	1	
3	1		2	2		3	3		2	2		2	2	2
3		2	1	2	1	2	1	2	3	2	2	3		
					3		3		1		2	2	1	3

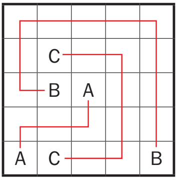
28 Hashi

Bei diesem als Hashiwokakero oder kurz Hashi bekannten Rätseltyp sollen Sie als Brückenbauer tätig werden. Jeder Kreis stellt eine Insel dar, die durch Brücken so miteinander verbunden werden sollen, dass ein zusammenhängender Pfad entsteht, jede Insel also von jeder anderen Insel aus erreicht werden kann. Nebenstehendes Beispiel zeigt ein solches Brückennetz. Die Zahl innerhalb eines Kreises gibt an, wie viele Brücken von der Insel ausgehen. Die Brücken können nur in vertikaler oder horizontaler Richtung gebaut werden, zwischen zwei Inseln jedoch maximal zwei. Und schließlich darf eine Brücke weder eine Insel noch eine andere Brücke kreuzen.





29 Arukone

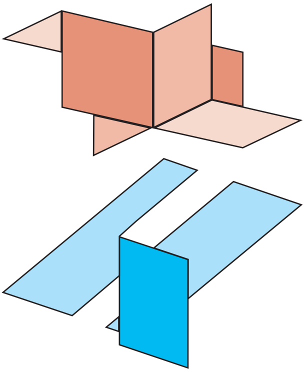


Bei Arukone müssen die Felder wie im nebenstehenden Beispiel mit gleichen Buchstaben durch Linienzüge miteinander verbunden werden. Die Linienzüge dürfen nur waagerecht oder senkrecht verlaufen und sich nicht kreuzen; jedes Feld darf nur einmal berührt werden.

A									G
F			K					H	
						D		G	
								E	
		F		D					
B				K					J
C									H
		A	E	B	C				
							J		

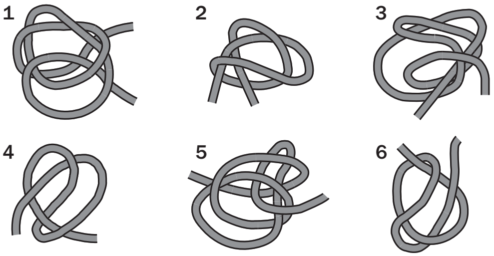
30 Faltungen

Versuchen Sie, diese beiden Figuren durch Falten eines DIN-A4-Blatts herzustellen. Sie dürfen das Blatt einschneiden, aber nicht zertrennen oder Teile davon abschneiden.



31 Verknotet

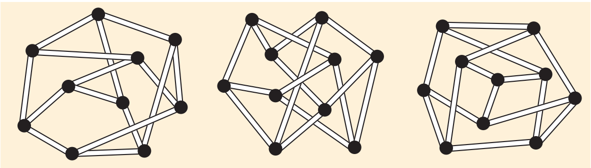
Wasserschläuche oder Verlängerungskabel verknoten sich mit der Zeit, sogar wenn man sie nicht benutzt. Warum das so ist, ist eines der großen ungeklärten Mysterien unserer Zeit, vergleichbar mit den beim Waschen verschwindenden Socken. Mit ein wenig topologischem Spürsinn kann man jedoch feststellen, ob ein Kabel oder ein Schlauch gerade im Begriffe ist, durch Verknotung seine weitere Benutzung zu obstruieren.



Welche dieser sechs Kabel- oder Schlauchgewirre werden sich verknoten, wenn man an den Enden zieht?

32 Knoten und Kanten

Die nachstehenden drei Graphen bestehen aus jeweils 10 Knoten und 15 Kanten – von jedem Knoten gehen drei Kanten ab. Versuchen Sie, die Kanten so einzufärben, dass keine der Kanten, die vom selben Knoten ausgehen, die gleiche Farbe hat. Wie viele Farben brauchen Sie bei den drei Graphen jeweils?



5 Folgerichtiges

In diesem Kapitel sollen Muster, Abfolgen oder Gruppenzugehörigkeiten aufgrund bestimmter Vorschriften oder Gesetzmäßigkeiten erkannt werden, wobei in vielen Fällen die Gesetzmäßigkeiten nicht explizit genannt sind, sondern aus dem Kontext erschlossen werden müssen. Solche Aufgaben sind bei Intelligenz- oder Eignungstests und den entsprechenden Trainingsprogrammen sehr beliebt. Lästerzungen behaupten, das liege vor allem daran, dass sie an den Erfinder derartiger Aufgaben nur mäßige geistige Anforderungen stellen, im Gegensatz zu dem Probanden, der sie lösen muss. Der benötigt dafür nämlich je nach Schwierigkeitsgrad ein gewisses bis ein gerütteltes Maß an folgerichtigem Denken.

1 Zum Einstieg

Bei diesen vier Einstiegsaufgaben sollen die Bildungsgesetze gefunden werden, mit denen sich die Zahlen der vier Reihen voneinander herleiten lassen.

a) **2, 4, 3, 6, 8, 7, 14, ?**
b) **–11, –8, –2, 10, 34, ?**
c) **13, 57, 911, 1355, 5799, ?**
d) **1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, ?**

2 Beziehungsproblem 1

Das Fragezeichen ersetzt eine Zahl, welche sich aus der Beziehung der Zahlen zueinander ergibt.

2	7	2	12
3	6	3	15
4	5	2	18
6	4	?	21

3 Beziehungsproblem 2

Auch hier stehen die Zahlen in einer bestimmten Beziehung zueinander. Wenn Sie diese Beziehung herausfinden, wissen Sie, welche Zahl anstelle des Fragezeichens stehen muss.

5	**4**	**3**	**27**
6	**3**	**2**	**18**
9	**6**	**1**	**15**
4	**2**	**4**	**?**

4 Paarweise

Die Zahlenpaare in den beiden Spalten sollen durch zwei Rechenoperationen miteinander verknüpft werden, sodass die beiden Ergebnisse in einer bestimmten Beziehung zueinander stehen. Wenn Sie die Art der Verknüpfung herausfinden und damit die Beziehung der Ergebnisse, wissen Sie, welche Zahl für das Fragezeichen steht.

2	**2**
1,5	**3**
1,1	**11**
6	**1,2**
0,8	**?**

5 Stimmige Rechnung

Diese Aufgabe hat weniger mit folgerichtigem Denken zu tun, sondern ist eher eine Rechenprobieraufgabe, wie manch andere aus dieser Kategorie auch: Ersetzen Sie die Fragezeichen durch die Rechenzeichen +, –, : oder ×, sodass eine stimmige Rechnung entsteht.

5 ? 4 ? 3 ? 8 ? 2 = 13

6 Rein rechnerisch

Für welche Zahl steht das Fragezeichen?

2	1	4	4	1	7
8	7	1	1	5	8
6	5	6	7	4	?

7 Fibonacci

Mit welcher Zahl setzt sich die Zahlenfolge logischerweise fort?

…, 3, 5, 8, 13, 21, 34, ?

8 Unbestimmt

Was steht hier für das Fragezeichen?

14	18	26	38
4	8	12	?

9 Zweideutig zum Ersten

Welche Zahlen stehen für X und Y, wenn der Folge ein sinnvolles mathematisches Gesetz zugrunde liegt?

…, X, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, Y, …

10 Zweideutig zum Zweiten

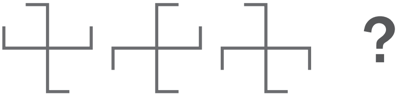
Setzen Sie die Buchstabenfolge fort.

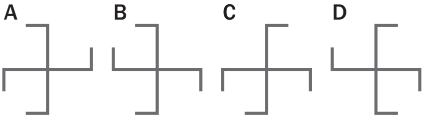
A E I ? ?

Manchmal noch schwieriger als das Erkennen von Fortsetzungen bei Zahlen- oder Buchstabenreihen kann dies bei Abfolgen oder geometrischen Anordnungen von Symbolen bzw. Figuren sein.

11 Balkenende

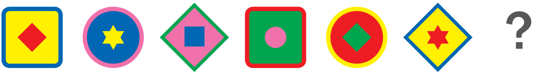
Welche der Figuren A bis D muss als logische Fortsetzung der Reihe anstelle des Fragezeichens stehen?





12 Bierdeckel

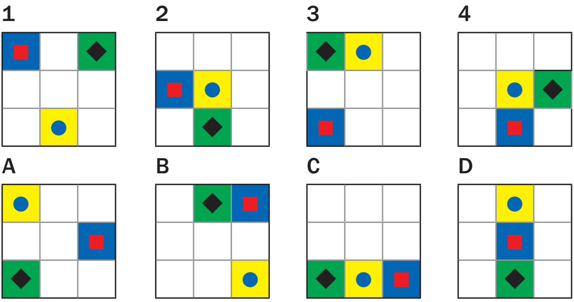
Wie sieht die siebte Figur der Folge aus?



Die Figurenfolge ist periodisch. Nach wie vielen Figuren wiederholt sich die Folge?

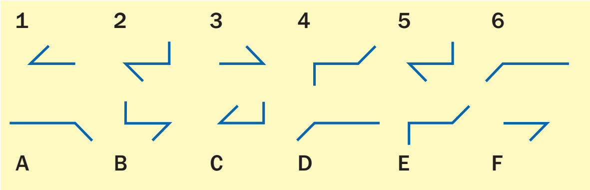
13 Beweglich

Mit welcher der vier Abbildungen A, B, C oder D geht die Folge 1, 2, 3, 4 weiter?



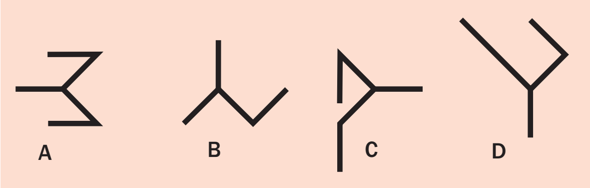
14 Ärmlich 1

Die Figuren 1 bis 6 entwickeln sich nach einer bestimmten Gesetzmäßigkeit. Welche der Figuren A bis F sind als logische Fortsetzung die Nummern 7, 8 und 9?



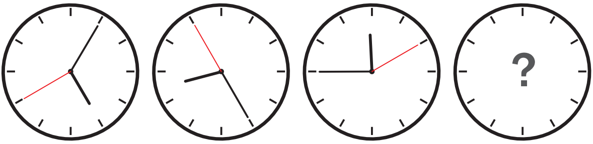
15 Ärmlich 2

Auch hier geht eine Figur nach einer Gesetzmäßigkeit aus der vorhergehenden hervor. Wie muss die Figur E aussehen? Vorliegende Aufgabe ist vielleicht etwas schwieriger als die vorigen, weil dieses Mal keine Lösungsvorschläge gegeben sind.



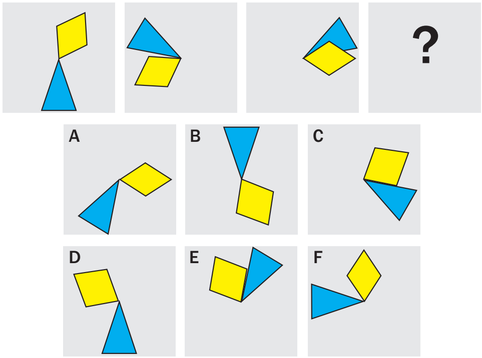
16 Uhrzeit

Welche Zeit sollte die Uhr mit dem Fragezeichen anzeigen?



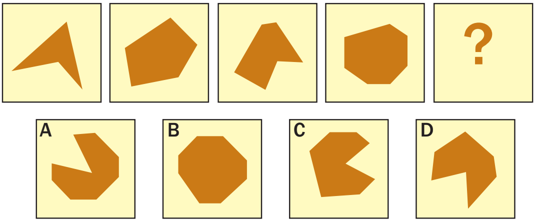
17 Dreieck und Raute

Welche der Figuren A bis F ist die logische Fortsetzung der oberen Reihe?



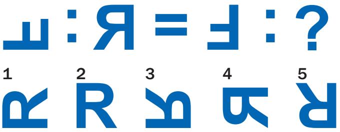
18 Vielecke

Mit welcher der Alternativen A, B, C oder D ist die obere Reihe fortzusetzen?



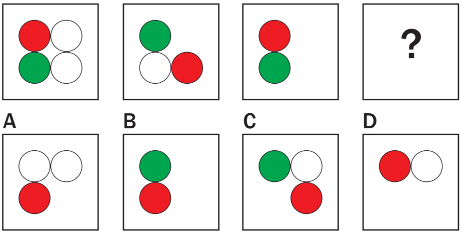
19 Gedreht und gespiegelt

Welches der gedrehten und/oder gespiegelten »R« sollte anstelle des Fragezeichens stehen?



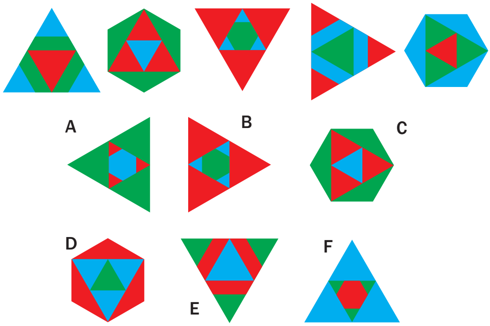
20 Vier Kreise

Welche Figur A bis B setzt die obere Abfolge fort?



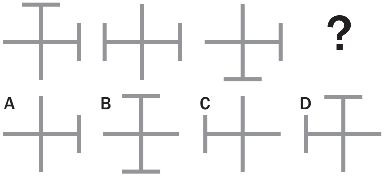
21 Logische Formenreihe 1

Welche Figur A bis F ist die logische Fortsetzung der oberen Reihe?



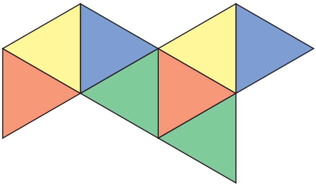
22 Logische Formenreihe 2

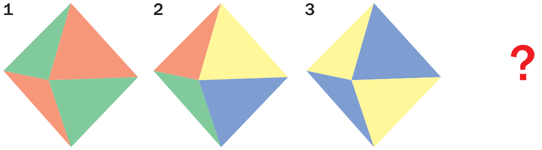
Welche der Figuren A bis D muss als logische Fortsetzung der Reihe anstelle des Fragezeichens stehen?

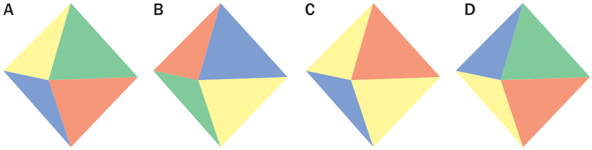


23 Oktaeder

Die Figuren 1 bis 3 sind verschiedene Ansichten des Oktaeders, der aus der Planfigur rechts gefaltet werden kann. Welcher der Oktaeder A bis D ist die logische Fortsetzung der Ansichten 1 bis 3?

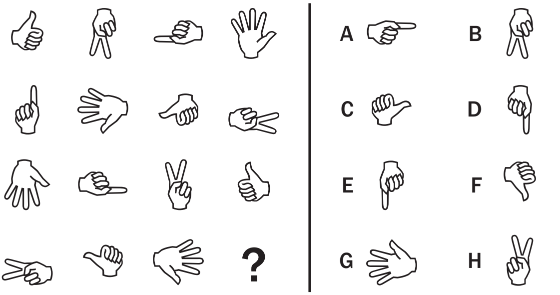






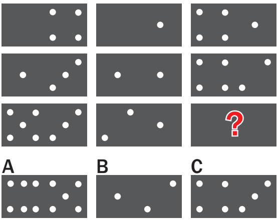
24 Hände

Welche der acht angebotenen Handhaltungen A bis H sollte sinnvollerweise das Fragezeichen ersetzen?



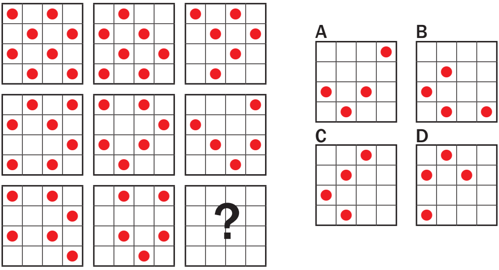
25 Dominostein

Die Dominosteine sind nach einer Gesetzmäßigkeit angeordnet. Welcher der Steine A, B oder C muss anstelle des Fragezeichens stehen?



26 Dreierreihe

Welche der Figuren A, B, C oder D steht anstelle des Fragezeichens?

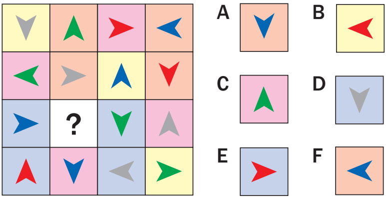


27 Zahlenkreuz

Welche Zahl muss anstelle des Fragezeichens stehen?

	2	8	
5	1	3	3
1	13	?	7
	6	4	

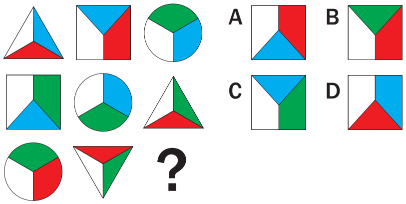
28 Richtungsweisend



Welches Symbol ersetzt das Fragezeichen?

29 Formenfolge

Welche der Figuren A, B, C oder D ist die gesuchte?



30 Drei mal drei 1

Ersetzen Sie das Fragezeichen durch eine der Alternativen A bis D.

C	B	C
A	B	A
B	A	?

A	B
B	C

C	D
C	A

31 Drei mal drei 2

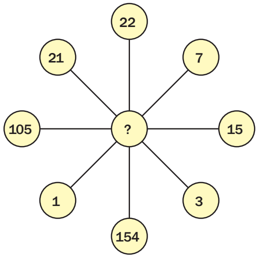
Durch welches Buchstabensymbol der Alternativen rechts muss das Fragezeichen ersetzt werden?

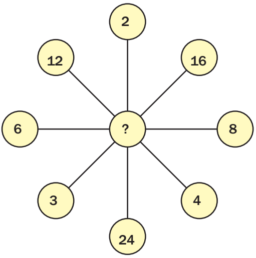
A_1	C_2	B_3
C_3	A_2	A_3
B_3	B_1	?

A_2	A_3
C_1	B_2
C_3	B_1

32 Sternzahl

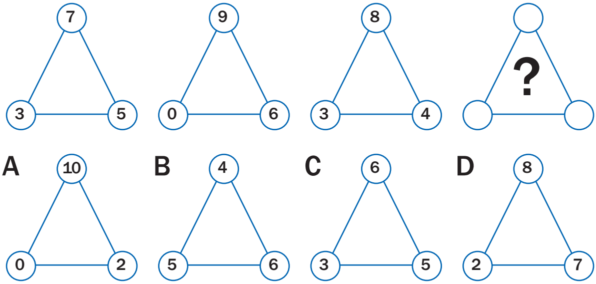
Welche Zahl steht jeweils im mittleren Kreis?





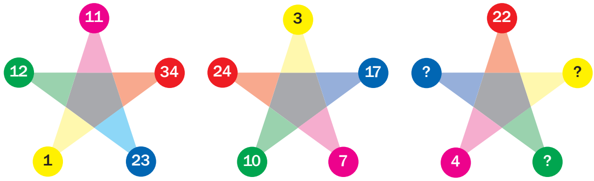
33 Dreieckszahlen

Welches der Dreiecke A bis D ersetzt das Dreieck mit dem Fragezeichen?



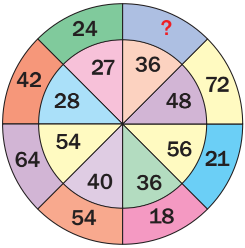
34 Pentagrammzahlen

Die Zahlen dieser Pentagramme sind nach einem gewissen System angeordnet. Ersetzen Sie die Fragezeichen.



35 Tortenstücke

Welche Zahl muss statt des Fragezeichens stehen?



36 Vier im Quadrat

Welche Zahl muss für das Fragezeichen stehen, wenn die Zahlen in den 2×2-Matrizen nach einer Gesetzmäßigkeit angeordnet sind?

3	6
4	8

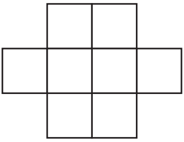
9	6
3	2

2	3
4	6

3	5
6	?

37 Differenzen

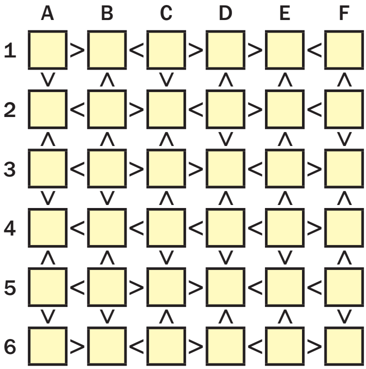
In dieses Gitter sind die Zahlen 1 bis 8 so einzutragen, dass die positive Differenz zweier waagerecht, senkrecht oder diagonal benachbarter Zahlen stets größer als 1 ist.



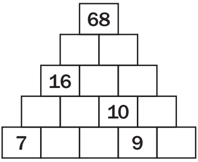
Oder anders ausgedrückt: Keine zwei aufeinanderfolgenden Zahlen dürfen waagerecht, senkrecht oder diagonal nebeneinanderstehen.

38 Größer oder kleiner

In dieses Diagramm sollen die Zahlen 1 bis 6 so eingetragen werden, dass jede Zahl in jeder Zeile und Spalte genau einmal vorkommt. Die Zeichen > bzw. < geben an, ob die benachbarte Zahl größer oder kleiner ist.



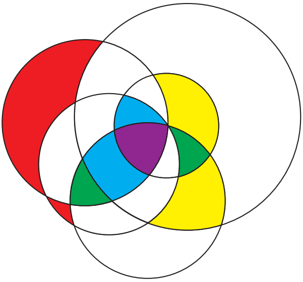
39 Zahlenpyramide



Die Zahlen in den Kästchen sind die Summen der beiden jeweils direkt darunterliegenden Kästchen. Ergänzen Sie die fehlenden Zahlen.

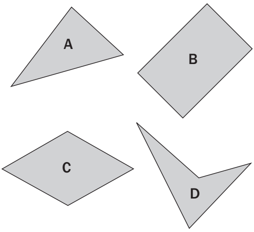
40 Fünf Kreise

Die weiß gebliebenen Felder sollten jeweils eine bestimmte Farbe haben. Versuchen Sie, die Gesetzmäßigkeit herauszufinden, nach der die Flächen eingefärbt sind.



41 Außenseiter

Welche der Figuren zeichnet sich durch eine Besonderheit gegenüber den anderen aus und warum?

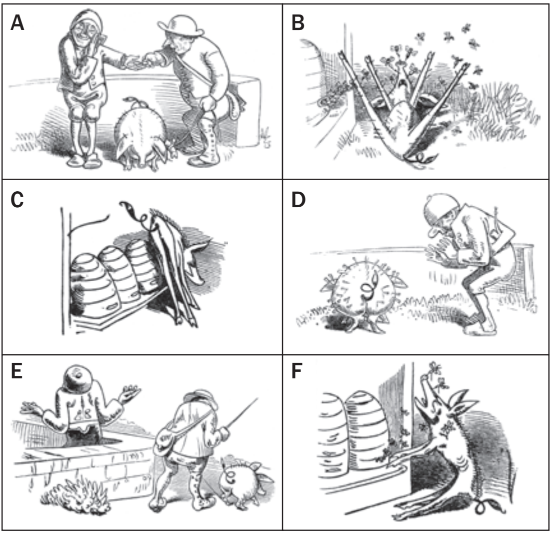


Normalerweise dürfte es kein Problem sein, vier Fotos von Peter, die ihn als Kind, als Jugendlichen, als Vater und als Großvater zeigen, nach ihrem Aufnahmetermin zu ordnen. Auch die drei Bilder des Mannes unter der Bahnhofsuhr, die einmal fünf nach zwölf, einmal halb eins und einmal zehn vor eins zeigt, sind leicht in eine chronologische Reihe zu bekommen.
Problematischer wird es, wenn es auf dem zehn vor eins aufgenommenen Bild Nacht ist, während bei den

anderen beiden die Sonne scheint. Wartet der Mann nachts kurz vor eins noch immer auf den Zug, und das seit Mittag? Oder ist der Zug, auf den er seit kurz vor eins in der Nacht wartet, mittags um halb eins noch immer nicht eingetroffen? Wenn man zu wenig Informationen hat, ist eine folgerichtige Entscheidung oder Unterscheidung einfach nicht möglich.

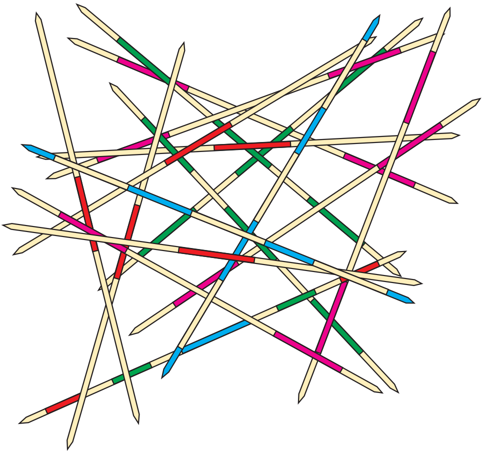
42 Schnurrdiburr

Derartige chronologische Probleme dürfte man bei diesen sechs durcheinandergeratenen Bildern eines »Comics« von Wilhelm Busch nicht haben. Unter Berücksichtigung von Ursache und Wirkung sollte es ein Leichtes sein, sie in die richtige Reihenfolge zu bekommen.



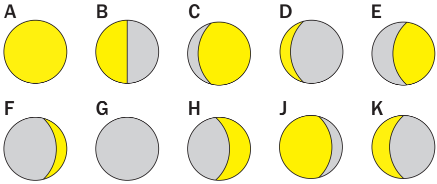
43 Mikado

In welcher Reihenfolge sind die Mikadostäbchen auf den Tisch gefallen?



44 Peter und der Mond

Peter hat im vergangenen Monat an Tagen, an denen der Himmel klar war, Fotos vom Mond gemacht. Leider sind ihm die Abzüge etwas durcheinandergeraten. Er weiß nur noch, dass er die erste Aufnahme bei Neumond (Bild G) gemacht hat, wobei ihm damit eine bemerkenswerte, weil äußerst seltene Aufnahme gelungen ist. Können Sie Peter helfen, die Bilder in der Reihenfolge ihrer Aufnahme zu ordnen?



Bei den letzten Aufgaben dieses Kapitels geht es darum, zu erschließen, welche Zahl oder welches Objekt einer Gruppe zugehörig ist oder aber auch nicht.

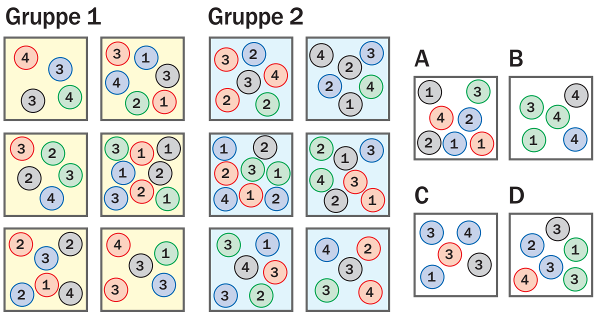
45 Gruppenbildung

Eine der Zahlen 39, 91, 257 oder 319 gehört zur Gruppe der nachstehenden Zahlen? Welche?

13, 127, 59, 503, 29, 971

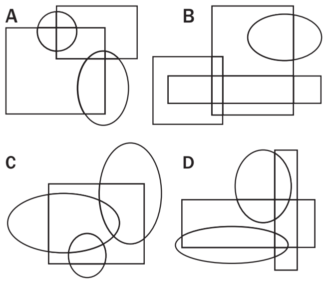
46 Gruppenzugehörigkeit

Die vier Quadrate auf der rechten Seite gehören entweder der Gruppe 1 oder der Gruppe 2 an. Können Sie sie ihrer jeweiligen Gruppe zuordnen?



47 Prinzipiell

Eine der vier Abbildungen aus Rechtecken und Ellipsen unterscheidet sich prinzipiell von den anderen. Welche ist es und warum?



6 Verklausuliertes

Wenn man sieben Eier in einen Korb legt und danach zehn herausnimmt, muss man wieder drei Eier hineinlegen, damit der Korb leer ist. So widersinnig sich das anhören mag, mathematisch gesehen ist es korrekt. In die Sprache der Algebra übertragen, hieße dieser Satz $7 - 10 + 3 = 0$.
Die Tatsache, dass man mit Worten selbst eine einfache Gleichung beliebig kompliziert ausdrücken kann, führt dazu, dass in der Schule die sogenannten Textaufgaben gefürchtet sind und so manchen Schüler zur Verzweiflung treiben. Denn normalerweise braucht man zur Lösung solcher Aufgaben – in diesem Kapitel dürfen Sie sich an einigen ausgewählten Beispielen versuchen – nur ein paar geringfügige Kenntnisse in Algebra, die man eigentlich bei jedem voraussetzen kann, der jemals eine Schule absolviert hat. Die Hauptschwierigkeit bei derartigen Aufgaben ist auch nicht das Rechnen als solches, das ist meist recht einfach. Das Problem ist vielmehr, dass man zuerst die häufig verklausuliert formulierte Frage verstehen und das Verstandene dann in eine mathematische Form bringen muss.
Hier zunächst fünf einfache Aufgaben zum Aufwärmen.

1 Aufwärmübung

a) Peter hat sich einen neuen Geländewagen gekauft. Dieser wiegt 1,2 Tonnen und ein Drittel seines Gewichtes. Wie schwer ist das Gefährt?

b) Bert ist ein Börsengenie. In den ersten neun Monaten des Jahres haben seine Aktien bereits um 50 % zugelegt, am Ende des Jahres waren es sogar 80 %. Wie hoch war sein Gewinn im letzten Vierteljahr?

c) Die Mitglieder des örtlichen Verschönerungsvereins treffen sich vollzählig im Gasthaus zum Hinkenden Schwein. Am Schluss beträgt ihre Getränkerechnung 85 Euro, wobei jeder mehrere Halbe Bier, aber alle die gleiche Anzahl getrunken haben. Wie viele Mitglieder hat der Verein, und wie viele Gläser Bier hat jeder konsumiert? Eine Halbe Bier kostet übrigens 3,40 Euro.

d) Die Strecke von Großsteinheim über Hinteroberbach nach Niederbosdorf ist 22 km lang, die von Hinteroberbach über Großsteinheim nach Niederbosdorf 16 km und jene von Großsteinheim über Niederbosdorf nach Hinteroberbach 20 km lang. Wie groß sind die Entfernungen zwischen den drei Dörfern?

e) Von Weinheim nach Bierdorf sind es 4 km, von Weinheim nach Korntal 7 km. Die Strecke von Weinheim nach Bierdorf ist dreimal länger, wenn man über Korntal fährt, als die direkte Strecke. Wie weit ist es von Korntal nach Bierdorf?

2 Hummelflug

Punkt 15:00 Uhr startet Peter mit dem Fahrrad von Grafenhausen in Richtung Königsbach. Zur gleichen Zeit beginnt sein Freund Paul, ihm von Königsbach aus entgegenzuradeln. Peter fährt mit einer durchschnittlichen Geschwindigkeit von 11 km/h, Paul ist mit 9 km/h etwas langsamer. Gleichzeitig mit Peters Start fliegt eine Hummel mit einer Geschwindigkeit von 24 km/h Richtung Königsbach los, Paul entgegen. Nachdem sie diesen erreicht hat, macht sie kehrt und fliegt in die Gegenrichtung, wo sie bei Peter erneut umkehrt und wieder Paul entgegenfliegt. Das wiederholt die Hummel so lange, bis sie eine dreiviertel Stunde später zwischen den beiden Vorderrädern der Freunde zerquetscht wird.

Fragen: a) Welche Strecke hat die Hummel bis zu ihrem unglücklichen Exitus zurückgelegt? b) Wie weit ist es von Grafenhausen nach Königsbach? c) Wie weit sind Peter und Paul von Königsbach entfernt, als sie sich begegnen?

3 Safaripark

Im Safaripark »Wild Wild Africa« sind Zebras und Strauße in einem gemeinsamen Freigehege untergebracht. Zusammen haben die Tiere 27 Köpfe und 76 Beine. Wie viele Zebras und wie viele Strauße tummeln sich in dem Gehege? Zeitlimit: 45 Sekunden.

4 Großpackung Pralinen

In einer Packung sind 88 Pralinen. Jürgen isst täglich eine mehr als Anna, aber nur halb so viele wie Heike. Nach wie vielen Tagen ist die Schachtel leer, wenn jeder der drei an jedem Tag jeweils die gleiche Anzahl Pralinen isst?

5 Bild und Rahmen

Ein Bild mit Rahmen kostet 110 Euro. Das Bild selbst ist 100 Euro teurer als der Rahmen. Wie viel kosten Bild und Rahmen einzeln?

6 Klaus und seine Cousine

Klaus ist dreimal so alt wie seine Cousine Eva-Maria. Vor zwei Jahren war er noch fünfmal so alt. Wann wird Klaus doppelt so alt wie Eva-Maria sein?

7 Yvonnes Alter …

Xaver ist dreimal so alt, wie Yvonne damals war, als Xaver so alt war, wie Yvonne heute ist. Wie alt ist Yvonne, wenn Xaver 48 ist?

8 … und Gewicht

Und gleich noch eine Aufgabe aus derselben Kiste: Wenn Xaver 10 kg zunähme, wäre er doppelt so schwer wie Yvonne, wenn diese 7 kg abgenommen hätte. Wenn beide aber jeweils 6 kg zunähmen, wöge Xaver das 1,5-Fache von Yvonne. Wie schwer ist Yvonne?

9 TUS Ballersdorf

Der Handballverein TUS Ballersdorf erzielt in den ersten acht Begegnungen der Saison im Mittel 19 Tore pro Spiel und steht auf dem vorletzten Tabellenplatz. Dann verpflichtet der Vorstand den kroatischen Rückraumstar Zvonimir Krklvic. Am Ende der Spielzeit, nach insgesamt 26 Spielen, wird der TUS Ballersdorf mit durchschnittlich 28 geschossenen Toren Dritter. Wie viele Tore hat der Verein nach der Verpflichtung von Krklvic im Durchschnitt pro Spiel geschossen?

10 Nasser Schwamm

Neunzig Prozent des Gewichts eines nassen Schwamms sind Wasser. Sie drücken ihn aus, sodass der Gewichtsanteil des Wassers nur noch die Hälfte ausmacht. Wie groß ist der prozentuale Anteil des ursprünglich vorhandenen Wassers, den Sie herauspressen müssen?

11 Fahrradurlaub

Hedy und Christian machen im Urlaub eine zehntägige Fahrradtour. Da sie nicht allzu fit sind, beschließen sie, sich auf jeder Etappe etwas zu steigern und jeweils 5 km mehr als am Vortag zu fahren. Am Ende der Tour stellen sie fest, dass sie insgesamt 345 km gefahren sind.

Wie viele Kilometer sind sie auf ihrer siebten Etappe gefahren?

12 Kegelklub

Ziel des Vereinsausflugs des Kegelklubs »Blattschuss« im vergangenen Jahr war Bangkok. Die Entscheidung war seinerzeit gegen die Stimmen der Frauen gefallen, die immerhin drei Siebtel der Mitglieder stellen. Folgerichtig boykottierten sie die Reise, und auch der Vollversammlung, die über das Ziel des diesjährigen Ausfluges entscheiden muss, bleiben sie aus Protest fern. Und das könnte fatal sein, da laut Vereinssatzung bei derartig grundlegenden Beschlüssen wie dem Ziel des jährlichen Ausflugs mindestens die Hälfte aller Vereinsmitglieder abstimmen muss.

Als Bodo, Daniel und Alois das Nebenzimmer des Gasthauses »Zum Blauen Walfisch« betreten, sitzen dort erst zwölf ihrer Kegelbrüder. »Wenn nicht noch mal genauso viel kommen, wie im Moment anwesend sind«, sagt der Vorsitzende, »sind wir nicht beschlussfähig und können uns den diesjährigen Ausflug in …«

»Dann fehlen aber immer noch mindestens zwei«, unterbricht ihn Alois.

»Helmut und Robert waren schon da und sind nur nochmals kurz weg. Die kommen gleich wieder.«

Wie viele Frauen sind Mitglieder des Kegelklubs?

13 Bier und Schnaps

»Feierabend!«, sagt die Bedienung. »Ich muss abkassieren. Sieben Bier und drei Klare macht 15,90«, sagt sie zu Ferdinand, und von Karl-Theodor will sie 15,20 € für sechs Bier und vier Klare.
Was kostet ein Bier und wie viel ein Schnaps?

14 Milchkühe

Bauer Schövel wird gefragt, ob denn seine braunen oder seine schwarz-weißen Kühe die besseren Milchkühe wären.

»Tja, das is man so«, antwortet Bauer Schövel, »drei Braune und fünf Schwarzbunte geben in vier Tagen genauso viel Milch wie vier Braune und drei Schwarzbunte in fünf Tagen, nämlich 440 Liter.«

Welche sind denn nun die besseren Milchkühe, die Braunen oder die Schwarzbunten, und wie hoch ist ihre tägliche Milchleistung?

Aufgaben, bei denen es um Uhrzeit oder Datum geht, bereiten gelegentlich Probleme, die ihrer Schwierigkeit an sich gar nicht angemessen sind. Schwer zu sagen, woran es liegt, dass sich viele Menschen jedes Jahr, wenn die Uhr von Winter- auf Sommerzeit umzustellen ist, mit erneuter Regelmäßigkeit fragen, ob sie denn nun eine Stunde vor- oder zurückgedreht werden muss.

15 Vor Mitternacht

»Wie spät ist es eigentlich?«

»Bis Mitternacht sind es noch doppelt so viele Minuten, wie von 21 Uhr bis vor einer Stunde verstrichen sind.«

»Alles klar!«

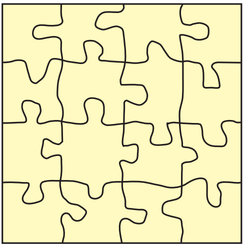
16 Vorgestern

Fünf Tage vor übermorgen war ein Tag, der drei Tage nach einem Donnerstag war. Welcher Tag war vorgestern?

17 Flugreise nach Mexiko

Sie fliegen von Frankfurt nach San Francisco, wo es neun Stunden früher als in Mitteleuropa ist, und nach einer Stunde Zwischenaufenthalt am gleichen Tag weiter nach Mexico City. Dort ist es zwei Stunden später als in San Francisco. Als Sie aus dem Flugzeug steigen, schauen Sie auf Ihre Uhr, die noch mitteleuropäische Zeit zeigt: In Frankfurt ist es 6:20 Uhr. Aber wie spät ist es jetzt eigentlich in Mexico City?

18 Puzzlerand



Arthur will sich ein Puzzle kaufen. Es soll quadratisch sein, d.h. die Zahl der Puzzleteile in Zeilen und Spalten gleich. Außerdem soll der Anteil der Teile, die den Rand bilden, weniger als 10 % sein, da das Puzzle ihm anderenfalls zu leicht ist. Wie viele Teile muss das Puzzle mindestens haben? Im Beispiel rechts sind 12 der 16 Teile, also 75 % Randteile.

Außerdem kauft sich Arthur noch ein Puzzle mit 1600 Teilen, bei dem die Randteile exakt 10 % ausmachen. Wie sieht das Format des Puzzles in diesem Fall aus?

19 Das Sparschwein

Dennis plündert sein Sparschwein und nimmt alle 10-, 20- und 50-Cent-Stücke heraus. Der Gesamtbetrag der 22 Münzen beläuft sich auf 4,90 Euro. Von den 20-Cent-Stücken hat er zwei mehr als von den 50-Cent-Stücken. Wie viele Münzen von jeder Sorte waren in dem Schwein?

20 Auswechselspieler

Beim Fußballturnier der örtlichen Vereine ist der Skiklub neben seinen Verletzungssorgen zu allem Überfluss noch durch einen grippalen Infekt gebeutelt. Aus diesem Grund muss Trainer Gröbel beim Spiel gegen die Kleintierzüchter alles aufbieten, was laufen kann und unter 38,5 Grad Fieber hat – einen Torhüter, zehn Feldspieler und zwei Ersatzleute. Um seine Spieler zu schonen, wechselt Trainer Gröbel so geschickt aus, dass die zehn Feldspieler und die zwei Reservisten alle gleich lang auf dem Platz sind; nur der Torhüter spielt die vollen 90 Minuten durch.

Wie lange war jeder der zwölf Feldspieler auf dem Platz?

21 Zugunglück

Auf den Bahnhöfen von Amherstdale und Blountsville, beide im Mittleren Westen gelegen, fahren zur gleichen Zeit, 7:56 p.m., zwei Züge los. Der Güterzug fährt mit einer Geschwindigkeit von 45 mph (Meilen pro Stunde; 1 Meile = 1,609 km) von Amherstdale nach Blountsville und braucht für die 178 Meilen lange Strecke normalerweise knapp vier Stunden. Der Personenzug fährt mit 85 mph in die Gegenrichtung und schafft die Strecke in etwas mehr als zwei Stunden. Wegen einer falsch gestellten Weiche im Bahnhof von Blountsville fährt der Personenzug am 11. Oktober jedoch auf demselben Gleis dem Güterzug entgegen. Erst zwei Minuten vor dem bevorstehenden Zusammenstoß bemerkt ein Bahnbeamter die unvermeidlich scheinende Katastrophe. Er überlegt, ob die beiden Züge noch weit genug voneinander entfernt sind, um das drohende Unglück eventuell abwenden zu können, doch während er noch nachdenkt, krachen die beiden Lokomotiven frontal ineinander.

Können Sie schneller herausfinden als der Bahnbeamte, wie weit die beiden Züge zwei Minuten vor ihrem Zusammenstoß voneinander entfernt waren?

22 Frikadellen

Markus, Torsten und Beatrix wohnen zusammen. Als Markus zwischen zwei Vorlesungen kurz nach Hause kommt, findet er einen Zettel auf dem Tisch. »Habe uns Frikadellen gebraten. Stehen im Kühlschrank. Gruß Bea.« Er zählt die Frikadellen ab, isst ein Drittel davon und geht wieder. Er weiß aber nicht, dass Beatrix ihren Teil zuvor bereits gegessen hatte. Als später dann Torsten kommt und den Zettel sieht, nimmt er sich ebenfalls das ihm seiner Meinung nach zustehende Drittel der Frikadellen.

Als die drei abends in der Küche zusammensitzen, sind immer noch einige Frikadellen im Kühlschrank. Nach einem kleinen Disput, wer wie viel gegessen hat, werden die übrig gebliebenen Frikadellen gerecht unter Markus und Torsten aufgeteilt, wobei anzumerken ist, dass keine der Frikadellen geteilt werden musste.

Wie viele Frikadellen hat Beatrix mindestens gemacht?

23 Katzenwaage

Familie Hasenbein hat vier Katzen, allesamt richtige Prachtexemplare. Frau Hasenbein möchte herausfinden, wie viel jede der Katzen wiegt. Leider funktioniert die Badezimmerwaage erst ab 8 kg zuverlässig. Also setzt Frau Hasenbein die Katzen immer paarweise auf die Waage – wegen des Eigensinns der Katzen ein mühsames und langwieriges Unterfangen. Die Ergebnisse trägt Frau Hasenbein in ein Diagramm ein.

	Jenny	Schnurchel	Robert
Schnurchel	**12**		
Robert	**10**	**13**	
Herr Maier	**10,5**	**13,5**	**11,5**

Jetzt kann Frau Hasenbein schnell ausrechnen, wie schwer jede der vier Katzen ist.

24 Ein paar Briefmarken

Schötenbeck gibt dem Postbeamten eine 5-Euro-Note. »Ein paar Briefmarken zu 20 Cent, fünfmal so viel zu 10 Cent und für den Rest des Geldes 50-Cent-Marken, aber ein bisschen flott!« Wie viele Marken erhält er von jedem Wert, falls ihn der Postbeamte überhaupt bedient?

25 Noch mehr Briefmarken

Claudia muss 18 Postkarten und Briefe frankieren. Das Porto für die Postkarten beträgt 0,45 Euro, für die Briefe je nach Größe und Gewicht 0,55 Euro oder 1,45 Euro. Insgesamt braucht sie Briefmarken im Wert von 13 Euro. Wie viele Marken zu 0,45 Euro, 0,55 Euro und 1,45 Euro muss sie kaufen?

26 Im Stau

Rainer Zufall hat um 11 Uhr einen wichtigen Termin in Stubbenbrunn. Auf der 35 km langen Strecke von seinem Wohnort Brammelsbach nach Stubbenbrunn kommt er normalerweise auf eine Durchschnittsgeschwindigkeit von 70 km/h, braucht also eine halbe Stunde. Um 10:15 Uhr steigt Rainer in sein Auto und fährt los. »Da bin ich zwar eine Viertelstunde zu früh da«, denkt er sich, »aber sicher ist sicher.«

Und tatsächlich kommt er auf den ersten 15 km der Strecke wegen eines Staus infolge eines Unfalls nur mit durchschnittlich 20 km/h voran. Wie schnell muss Rainer auf den verbleibenden 20 km fahren, um seinen Termin nicht zu verpassen?

27 Kirchturmuhr

Als die Kirchturmuhr, die ein wenig nachgeht, halb sieben schlägt, schauen Sie auf Ihre Uhr. Auf dieser – funkgesteuert und daher sekundengenau – stehen der große und der kleine Zeiger exakt übereinander. Um wie viele Minuten und Sekunden geht die Kirchturmuhr nach?

28 Entfernungen

Von Vorderniederstein nach Hinterunterburg ist es 2 km weiter als von Hinterunterburg nach Untervorderbach. Hinterunterburg liegt 1 km näher an Oberhinterfeld als an Untervorderbach. Oberhinterfeld ist 3 km weiter von Untervorderbach entfernt als von Hinterunterburg. Welche zwei Dörfer sind gleich weit voneinander entfernt?

29 Lahme Schnecke

Eine Schnecke kriecht eine 7 m hohe Wand hinauf. Tagsüber schafft sie 2,10 m nach oben, rutscht nachts aber wieder 1,40 m nach unten. Wie lange braucht sie, bis sie das obere Ende der Wand erreicht?

30 Pennaldi-Parkplatz

Bauunternehmer M. A. Rode hat den Auftrag erhalten, den Parkplatz des Supermarkts Pennaldi neu zu pflastern. Dafür hat er aber nur einen Tag, also acht Stunden Zeit bekommen. Rode hat drei Arbeiter, die die Aufgabe übernehmen können. Klaus alleine würde für den gesamten Parkplatz 14 Stunden brauchen, Thomas 18 Stunden und der dumme Bruno 20 Stunden. Wie lange würden alle drei zusammen für den Parkplatz brauchen? Rode überlegt, ob er wirklich alle drei Arbeiter benötigt oder ob es auch zwei schaffen könnten. Was meinen Sie, schaffen es zwei der drei Arbeiter, innerhalb der acht Stunden den Parkplatz zu pflastern?

31 Begegnung

Mayer (mit »ay«) fährt von Schafhausen nach Ochsenbach, wo er um 11: 45 Uhr ankommt. Für die Fahrt hat er genau vier Stunden gebraucht. Gleichzeitig trifft Schultze (mit »tz«) in Schafhausen ein; er ist jedoch eine Stunde später in Ochsenbach losgefahren als Mayer in Schafhausen. Um wie viel Uhr sind sich die beiden begegnet, gesetzt den Fall, dass sie dieselbe Strecke und mit jeweils gleichbleibender Geschwindigkeit gefahren sind?

32 Goßeinkauf

Susanne hat heute Abend Gäste und war daher einkaufen. Sie hat dabei insgesamt 152,50 € ausgegeben. Zusammen hat sie jeweils bezahlt:

- ***65,10 € im Supermarkt und beim Metzger***
- ***107,10 € im Feinkostgeschäft und im Supermarkt***
- ***68,70 € im Feinkostgeschäft und im Gemüseladen***
- ***21,90 € beim Weinhändler und im Gemüseladen***
- ***33,60 € beim Metzger und beim Weinhändler***

Und dann war Susanne noch in der Bäckerei. Wie viel hat sie in den sechs einzelnen Läden jeweils bezahlt?

33 Beim Weinhändler

Im Keller von Weinhändler Rotspon lagern sechs Fässer Wein mit 110, 120, 130, 150, 200 und 270 Liter Inhalt. In drei der Fässer befindet sich französischer Rotwein, in den anderen Weißwein aus der Pfalz. Gastwirt Beisel kauft davon fünf Fässer, und zwar doppelt so viel Rotwein wie Weißwein. Welches der sechs Fässer bleibt übrig, und enthält es Rot- oder Weißwein?

34 Fahrradtour 1

Fritz und Hans fahren mit dem Fahrrad die 40 km lange Strecke von Kirschhausen nach Birnendorf. Fritz fährt die erste Hälfte der Strecke mit 16 km/h und die zweite mit 24 km/h, während Hans durchgehend mit 20 km/h unterwegs ist. Wer von ihnen kommt zuerst in Birnendorf an?

35 Fahrradtour 2

Fritz und Hans fahren mit dem Fahrrad die 40 km lange Strecke von Kirschhausen nach Birnendorf. Fritz fährt in der ersten Stunde mit 16 km/h und in der zweiten mit 24 km/h, während Hans auf der gesamten Strecke 20 km/h fährt. Wer von ihnen kommt zuerst in Birnendorf an? Gegenüber der vorigen Aufgabe gibt es in der Fragestellung hier einen entscheidenden Unterschied!

36 Murmelspiel

Andreas, Bernd, Claudia, Dennis und Eva spielen Murmeln. Vor Beginn des Spiels hat jedes Kind 16 Murmeln. Hinterher hat Dennis doppelt so viele Murmeln wie Andreas und Bernd viermal so viele wie Eva und Claudia zusammen. Eva hat vier Murmeln mehr als Claudia, zusammen haben sie gerade mal so viele wie Andreas.

Wie viele Murmeln hat jedes Kind nach dem Spiel?

37 Autowerkstatt

Als Harald und Gerhard um 13 Uhr aus der Mittagspause zurückkommen, teilt ihnen Kfz-Meister Schorsch Schrauber mit, dass an diesem Nachmittag noch an drei Autos der Service gemacht und an fünf der Auspuff ausgetauscht werden müsse. Und dann wären noch zehn Ölwechsel fällig. »Wie ihr das unter euch aufteilt, ist mir egal. Aber um 17 Uhr muss alles fertig sein.«

Die beiden sind ein routiniertes Team. Für den Service braucht jeder von ihnen 85 Minuten, für den Austausch eines Auspuffs 25 Minuten und für einen Ölwechsel 10 Minuten. Wie müssen Harald und Gerhard die Arbeiten unter sich aufteilen, dass alle um 17 Uhr fertig sind?

38 Präsidentschaftswahl

Wenn Sie Pozoresa nicht kennen, ist das nur wenig verwunderlich. P. hat nur 32 450 Einwohner, davon waren beim ersten Wahlgang der Präsidentschaftswahl am 22. Oktober genau 15 000 wahlberechtigt. Von den Wahlberechtigten gaben 73,6 % ihre Stimme ab, davon waren allerdings 2,5 % ungültig. Alfonso Battistida erhielt die meisten Stimmen, 1788 mehr als Carlos De Las Casas, 4165 mehr als Enrique Fattigue und 3859 mehr als Gomez Huelda.

Wie viele Stimmen hat jeder der Kandidaten erhalten? Hat Battistida die absolute Mehrheit erreicht, und wie viele Stimmen waren eigentlich ungültig?

39 Feuchtfröhliche Party

»Solche Säufer!«, beklagt sich Böllinger bei seinem Nachbarn Raubach. »Wenn du auch noch da gewesen wärst und genau so viel getrunken hättest wie jeder der anderen, wären von den ganzen zehn Kästen Bier jetzt nur noch zwei Flaschen übrig.«

»Wie viele Leute waren denn da?«

»Es waren über zehn, und jeder hat mehr als zehn Flaschen getrunken.«

Wie viele Teilnehmer x hatte die Party von Böllinger, wenn jeder die gleiche Menge y Flaschenbier konsumiert hat und ein Kasten Bier zwanzig Flaschen beinhaltet?

40 Hühner legen Eier

Zwei Hühner legen an drei Tagen drei Eier. Wie viele Hühner legen an sieben Tagen sieben Eier?

41 Verwässert

Der Dieter sollte eigentlich keinen Schnaps trinken. Sagen sein Arzt und seine Frau. In der Hausbar steht allerdings noch ein Liter Kirschwasser. »Selbst gebrannt, 50 Volumenprozent«, hat ihm Erwin versichert, von dem er die Flasche geschenkt bekommen hat. Und da kann der Dieter nicht widerstehen. Jeden Tag trinkt er heimlich ein Gläschen, einen Doppelten von 40 ml. Damit seine Frau nichts merkt, kippt er danach die gleiche Menge Wasser in die Flasche. Sie darf nicht spitzkriegen, dass der Pegelstand sinkt, denn vor seiner Frau hat der Dieter noch mehr Respekt als vor dem Arzt. Nach vierzehn Tagen schmeckt dem Dieter der Schnaps nicht mehr – kein Wunder, denn der Alkoholgehalt hat durch die ständige Verwässerung merklich abgenommen. Wie viel reinen Alkohol hat Dieter in den vierzehn Tagen seiner Leber zugemutet?

42 Marienkäfer

»Was hast du denn da in der Schachtel?«

»Verschiedene Marienkäfer, welche mit sieben Punkten und welche mit elf Punkten.«

»Und wie viele von jeder Art?«

»Auf die Anzahl der Punkte, die sie zusammen haben, kann man nur mit sieben Käfern kommen. Für einen Punkt mehr bräuchte ich nur sechs Käfer, und für zwei Punkte mehr sogar nur fünf.«

»Sind die sieben Käfer alle von der gleichen Art?«

»Nein, von beiden.«

»Okay, dann weiß ich, wie viele von jeder Sorte es sind.«

43 Seerosenteich

In einem Teich mit 655 m^2 Wasseroberfläche wächst eine Seerose der Art *Nymphaea equifolia,* die sich dadurch auszeichnet, dass ihre Blätter mit einem Durchmesser von 16 cm – was einer Blattfläche von 200 cm^2 entspricht – alle exakt gleich groß sind. Am 4. April hat die Seerose ein Blatt, eine Woche später zwei. Jede folgende Woche verdoppelt sie die Anzahl ihrer Blätter, und so ist am 4. Juli, genau 13 Wochen später, ein Viertel der Teichfläche mit Seerosenblättern bedeckt. An welchem Datum wird die gesamte Wasseroberfläche bedeckt sein?

44 Aktienhandel

Mr. Dow verkauft 100 Aktien der Firma Fraud-Deceive Inc., als diese auf den Kurs von 40 $ gestiegen sind. Eine Woche später sind die Fraud-Deceive-Aktien auf 30 $ gefallen, Grund für Herrn Dow, wieder einzusteigen – er kauft jetzt 100 Aktien für insgesamt 3000 $. »Ich habe jetzt wieder das gleiche Aktienpaket, die Differenz aus Verkauf und Neukauf von 1000 $ ist mein Gewinn.«

Eine Woche später verkauft Herr Dow die Aktien für 3500 $. »Also habe ich noch mal 500 $ Gewinn gemacht«, freut er sich. »Innerhalb von zwei Wochen habe ich an der Börse also 1500 $ verdient.«

Sein Nachbar, Dr. Jones, ist skeptisch, als ihm Mr. Dow die Erfolgsstory erzählt. »Als du die Aktien vor zwei Wochen verkauft hast, hattest du 4000 $. Davon gehen 3000 $ für den Neukauf ab, bleiben 1000 $. Zusammen mit den 3500 $ aus dem zweiten Verkauf hast du heute 4500 $. Also hast du nur 500 $ Gewinn gemacht.«

Wer hat recht?

45 Schwarzwaldwanderung

Jochen und Jürgen wollen auf ihrer Schwarzwaldwanderung die 120 km lange Strecke von Peheim nach Oburg in fünf Tagen bewältigen. Die fünfte Etappe soll dabei halb so lang wie die vierte sein, die vierte halb so lang wie die dritte. Die ersten drei Tage wollen sie täglich die gleiche Strecke zurücklegen. Wie viele Kilometer müssen sie am ersten Tag wandern?

46 Tennisturnier

Wie die meisten Tennisturniere werden auch die offenen Vereinsmeisterschaften des 3. TC Groß-Schlemmdorf im K.-o-System ausgetragen. Sage und schreibe 128 Spieler sind für das diesjährige Turnier gemeldet. Wie viele Spiele stehen auf dem Programm, bis der »Offene Vereinsmeister« ermittelt ist?

47 Truckertreffen

Jeden Montag, morgens um Punkt 9 Uhr, macht sich Big Max mit seinem Truck auf den Weg von Albuquerque (New Mexico) nach Tucson (Arizona). Für die 795 km lange Strecke braucht er durchschnittlich neun Stunden. Ebenfalls immer montags fährt sein Kollege Greg dieselbe Strecke in umgekehrter Richtung. Gregs Truck ist etwas langsamer als der von Big Max und erreicht nur eine Durchschnittsgeschwindigkeit von 77 km/h. Deshalb fährt Greg auch bereits eine Stunde früher los als Big Max. Wer von den beiden ist weiter von Tucson entfernt, wenn sie sich begegnen?

7 Mögliches und Wahrscheinliches

In diesem Kapitel geht es um Kombinationen und um Wahrscheinlichkeiten. In der Mathematik werden die Teilgebiete, die sich damit beschäftigen, Kombinatorik und Wahrscheinlichkeitsrechnung genannt und sind elementare Grundlagen der Statistik. Ein, zwei Aufgaben zur Statistik wollten wir Ihnen daher ebenfalls nicht vorenthalten. Zunächst zur Kombinatorik. Hier müssen wir nicht allzu tief einsteigen:

Zum einen haben wir eine Schachtel, in der sechs Kugeln mit den Zahlen eins bis sechs liegen. Wir nehmen eine Kugel heraus, notieren die Zahl, und legen sie wieder zurück. Das Ganze wiederholen wir fünfmal. Wie viele mögliche Zahlenkombinationen gibt es? Bei der ersten »Ziehung« haben wir sechs Möglichkeiten, bei der zweiten ebenfalls. Beide Ziehungen zusammen betrachtet können mit 1–1, 1–2, …, 1–6, 2–1, … , 5–6, 6–6 insgesamt $36 = 6 \times 6 = 6^2$ Kombinationen ergeben. Nach der sechsten Ziehung sind es $46\,656 = 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 = 6^6$ mögliche Kombinationen. Allgemein gilt bei einer Schachtel mit x Kugeln, also x Möglichkeiten, und n Ziehungen für die Zahl der Kombinationen x^n.

Zum anderen haben wir eine Schachtel, in der sechs Kugeln mit den Zahlen eins bis sechs liegen. Wir nehmen nacheinander alle Kugeln heraus, legen sie jedoch nicht wieder zurück. Wie viele Zahlenkombinationen sind dann möglich? Beim ersten Herausnehmen sind es sechs, beim zweiten fünf usw. Die Zahl der möglichen Kombinationen beträgt hier »nur« $720 = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 6!$ (n! oder n-Fakultät ist das Produkt der natürlichen Zahlen von 1 bis n). In diesem Fall gilt bei n Ziehungen für die Anzahl der möglichen Kombinationen n!

Mehr an Grundwissen ist für die Lösung der folgenden Aufgaben nicht nötig.

1 Kleingeld

»Hallo Heike, kannst du mir 10 Euro wechseln?«

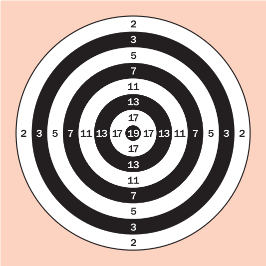
»Wie hättest du es denn gerne?«

»Irgendwie, ein 5-Euro-Schein, den Rest in 1- oder 2-Euro-Münzen. Oder alles in Münzen. Nur keine 50-Cent-Stücke oder noch kleiner. «

Wie viele Möglichkeiten hat Heike eigentlich, unter diesen Bedingungen den 10-Euro-Schein von Petra zu wechseln?

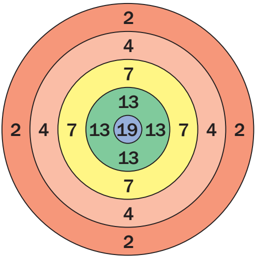
2 Primzahlscheibe

Beim Schießen auf die rechts abgebildete Primzahlscheibe hat Erwin bei jedem seiner fünf Schüsse eine andere Zahl erzielt und ist damit auf 58 Punkte gekommen. Welche Zahlen hat er getroffen?



3 Seniorenschießen

Die Teilnehmer am Seniorenschießen des Bogenschützenvereins BSC Amorbach heißen Berta, Ottilie, Wilhelmine, Amalie, Erna und Cäcilie. Jede schießt dreimal auf die Scheibe, und – zur Überraschung aller, die Jüngste von ihnen ist schließlich bereits 83 – macht keine von ihnen einen Fehlschuss. Allerdings trifft nur die Siegerin als einzige die 19.



Wilhelmine wird Zweite mit 2 Punkten Rückstand hinter der Siegerin und 4 Punkten Vorsprung vor Berta, die Vierte wird und 2 Punkte mehr erzielt als Amalie. Erna wird Dritte, mit 4 Punkten Abstand hinter der Siegerin. Amalie liegt mit 2 Punkten vor Cäcilie, die auf den letzten Platz kommt.

Welche Gesamtpunktzahl und wie viele Punkte bei den jeweiligen drei Schüssen hat jede der sechs Damen erzielt?

4 Sockenschublade

Peter greift ohne hineinzusehen in seine Sockenschublade, in der einzeln – also nicht paarweise geordnet – sieben Paar graue, fünf Paar schwarze und drei Paar dunkelblaue Socken liegen. Wie viele Socken muss er herausnehmen, damit er sicher sein kann, dass ein Paar der gleichen Farbe dabei ist?

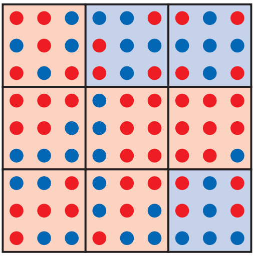
5 Handschuhe

In der Schublade neben den Socken liegen Peters Handschuhe, vier Paar graue, drei Paar schwarze und ein Paar braune. Wie viele Handschuhe muss Peter herausnehmen, damit er sicher sein kann, dass ein farblich passendes Paar dabei ist?

6 Wahlsystem zum Ersten

In einem Land – dessen Name ungenannt bleiben soll – steht in Kürze die Präsidentenwahl an. Sämtliche Umfrageergebnisse geben dem jetzigen Präsidenten von der Partei der Repukraten gegen seinen Kontrahenten von den Demoblikanern keine Chance, wiedergewählt zu werden. Mit düsteren Mienen sitzen der

Präsident und seine Berater vor der Prognose der Demoskopen.



Dazu ist zu sagen, dass das Wahlverfahren in diesem Land für unser Verständnis etwas eigenartig anmutet. Das Land ist in neun Stimmbezirke aufgeteilt, von denen jeder aus neun Wahlkreisen besteht. In jedem Wahlkreis wird ein Wahlmann gewählt, und die Mehrheit der neun Wahlmänner bestimmt den Wahlausgang in einem Stimmbezirk. Sieger der Wahl ist, wer die Mehrheit der Stimmbezirke für sich gewinnt. Den Umfragen nach wollen sich nun die Wähler in 36 der 81 Wahlkreise (in unserem Schema mit blauen Punkten markiert) für den derzeitigen Präsidenten entscheiden, in 45 Wahlkreisen (mit roten Punkten markiert) dagegen für den Kandidaten der Demoblikaner. Dieser würde demzufolge sechs der neun Stimmbezirke und damit die Wahl gewinnen.

Bei der Krisensitzung springt nach langem Brüten einer der Berater auf und sagt: »Ich hab's! Wir setzen noch schnell die seit Langem geplante Wahlreform um!«

»Aber das bringt uns doch nicht weiter«, murrt der Präsident. »An den Wahlkreisen können wir nichts ändern, die müssen bestehen bleiben. Und die Zahl der Stimmbezirke muss neun bleiben, und jeder muss aus neun zusammenhängenden Wahlkreisen bestehen. Wir können allenfalls die Wahlkreise neu anordnen.«

»Genau«, sagt der Berater, »und wenn man das richtig macht, würden Sie, Herr Präsident, sechs anstatt nur drei der Stimmbezirke gewinnen!«

Wie muss man die Stimmbezirke neu aufteilen, damit der Berater recht behält?

7 Wahlsystem zum Zweiten

Unterdessen sind auch die Demoblikaner nicht untätig. Ihr Kandidat berät mit seinem engsten Vertrauten die jüngsten Umfrageergebnisse.

»Sechs Stimmbezirke sind dir wohl sicher. Ich glaube nicht, dass da noch was schiefgeht. Und wenn du erst mal gewählt bist, ziehen wir die von den Repukraten schon lange geplante Wahlreform durch. Ich habe da auch schon eine Idee. Wenn wir die durchsetzen können, würdest du beim derzeitigen Stand statt nur sechs sämtliche neun Stimmbezirke gewinnen!«

Können Sie dem Kandidaten der Demoblikaner erklären, wie sein Berater die Stimmbezirke neu aufzuteilen gedenkt, sodass er tatsächlich »alle neune« gewinnen würde?

8 Auf dem Rummelplatz

Patrick und Michael sind auf dem Rummelplatz. Sie haben sich vorgenommen, bei den diversen Fahrgeschäften nicht mehr als 20 Euro pro Person auszugeben. Als Erstes machen sie sich kundig, was diese denn im Einzelnen so kosten. Die Wildwasserbahn ist am teuersten; eine Fahrt kostet 10 Euro. Die Berg-und-Tal-Bahn kostet 2,50 Euro, ebenso die Geisterbahn. Eine Fahrt mit dem Autoscooter ist bereits für 2 Euro zu haben. Das Riesenrad kostet 5 Euro und der Space-Express 4 Euro.

Michael, ein geübter Kopfrechner, rechnet die Fahrpreise der sechs Geschäfte zusammen, teilt die erhaltenen 26 Euro durch sechs und sagt: »Im Mittel kostet eine Fahrt 4,33 Euro.«

Patrick hatte ebenfalls nachgedacht und war zu einem anderen Ergebnis gekommen: »Für 20 Euro kann man mit der Wildwasserbahn zweimal, mit der

Berg-und-Tal-Bahn und der Geisterbahn jeweils achtmal, mit den Autoscootern zehnmal, mit dem Riesenrad viermal und mit dem Space-Express fünfmal fahren. Für 120 Euro könnte man also 37-mal fahren, wobei eine Fahrt also durchschnittlich 3,24 Euro kosten würde.«

Beide können nicht recht haben, oder?

9 Sommerfest

Am Sommerfest des Baron-von-Münchhausen-Gymnasiums nahmen zwei Drittel aller Schüler teil. Von den 660 Schülern der Schule sind 45 % Jungen. Wie viele Mädchen waren auf alle Fälle bei dem Fest dabei? Und wie viele Jungen nahmen mindestens daran teil?

Das Rüstzeug, das wir für die nächsten Aufgaben benötigen, bei denen es um Wahrscheinlichkeiten geht, ist ebenso einfach wie das bei den Kombinationen zuvor. Wenn wir zwei Ereignisse A und B haben, die mit den Wahrscheinlichkeiten p_A und p_B eintreten, müssen wir wissen, wie groß die Gesamtwahrscheinlichkeit $p_{A,B}$ ist für den Fall, dass beide Ereignisse eintreten, und für den Fall, dass zumindest eines der Ereignisse eintritt. Im ersten Fall ist $p_{A,B} = p_A \times p_B$ bzw. für n Ereignisse A, …, N allgemein $p_{A,\dots,N} = p_A \times \dots \times p_N$. Für den zweiten Fall gilt $p_{A,B} = p_A + p_B$ bzw. $p_{A,\dots,N} = p_A + \dots + p_N$.
Was aber ist eine Wahrscheinlichkeit p? Es ist nichts anderes als die Zahl der positiven Ereignisse, dividiert durch die Zahl der möglichen Ereignisse.
Bei einem Spielwürfel ist die Zahl der möglichen Ereignisse sechs, positiv im Sinne, eine Drei zu würfeln, ist aber nur ein Ereignis; p ist demnach $\frac{1}{6}$. Die Wahrscheinlichkeit, bei zwei Würfen nacheinander eine Drei zu werfen, ist demnach $\frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$. Dagegen beträgt die

Wahrscheinlichkeit, bei einem Wurf eine Drei oder eine Vier zu werfen, $\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{1}{3}$.
Im Sinne der obigen Definition ist die Wahrscheinlichkeit p eine Zahl zwischen 0 und 1, wobei $p=1$ bedeutet, dass das Ereignis mit Sicherheit, und $p=0$, dass es überhaupt nicht eintritt.

10 Salmonellen

Auf der Hauptinsel des Salmonellen-Archipels gibt es drei aktive Vulkane, den Suschimi, den Karpatscho und den Suschi. In den letzten 200 Jahren ist der Suschimi durchschnittlich alle 4 Jahre, der Karpatscho alle 12 Jahre und der Suschi alle 6 Jahre ausgebrochen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass einer dieser Vulkane in diesem Jahr ausbricht? Und wie groß ist sie, dass alle drei in diesem Jahr ausbrechen?

11 Sockenschublade reloaded

In Peters Sockenschublade liegen mittlerweile nur noch sechs Socken, zwei graue, zwei dunkelblaue und zwei schwarze – er müsste mal wieder waschen, denkt er sich. Im Dunkeln nimmt er einen Socken nach dem anderen heraus und legt jeweils zwei zusammen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Socken bei keinem der drei Paare farblich zusammenpassen? Und wie wahrscheinlich ist es, dass sie zu einem, zu zwei oder zu drei Paaren zusammenpassen?

12 Neue Socken

Statt zu waschen, hat sich Peter vier Paar neue Socken gekauft, leichtsinnigerweise alle vier mit verschiedenen Mustern. Er hatte nicht bedacht, dass Waschmaschinen die Angewohnheit haben, Socken zu fressen, und nach einem Vierteljahr fehlten von den insgesamt acht neuen Socken bereits drei Stück. Im schlimmsten Fall hat Peter jetzt nur noch ein Paar und drei Einzelsocken. Im günstigsten Fall, wenn die Waschmaschine zwei zusammengehörige Socken gefressen hat, bleiben ihm zwei Paar übrig.

Was ist wahrscheinlicher: dass er nur noch ein komplettes Paar und drei Einzelsocken besitzt oder dass ihm zwei Paar und eine Einzelsocke verblieben sind?

13 Großpackung Pralinen zum Zweiten

Wie wir im vorigen Kapitel erfahren haben, essen Anna, Jürgen und Heike täglich 2, 3 bzw. 6 Pralinen, bis die Großpackung mit 88 Stück nach acht Tagen leer ist. Am Anfang waren in der Packung vier verschiedene Sorten, und zwar 28 Nugatherzen, 24 Champagnertrüffel, 20 Kognakbohnen und 16 Marzipankugeln.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Anna zwei Pralinen von der gleichen Sorte erwischt, wenn sie als Erste ihre beiden Pralinen aus der gerade geöffneten Packung nimmt, ohne dabei hinzusehen? Und wie sieht unter den gleichen Bedingungen die Wahrscheinlichkeit für Heike aus?

Ein Spielwürfel muss nicht immer unbedingt ein Würfel sein. Es könnte im Prinzip auch ein anderer platonischer Körper sein. Von diesen gibt es fünf – Tetraeder, Würfel, Oktaeder, Dodekaeder und Iskosaeder. Diese fünf Körper sind dadurch ausgezeichnet, dass sie aus kongruenten regelmäßigen Vielecken (Drei-, Vier- oder Fünfecken) aufgebaut sind. Insofern ist beim »Würfeln« – statistisch gesehen – keine der vier, sechs, acht, zwölf oder zwanzig Seiten bevorzugt.

14 Oktaederwürfel

Wir wollen nun einmal drei Würfe mit einem Oktaeder machen, auf dessen acht Flächen die ersten acht Primzahlen 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 und 19 aufgemalt sind.

Bei den drei Würfen ergibt sich als Summe 30. Welche drei Zahlen wurden gewürfelt? Und wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, mit drei Würfen die Summe 30 zu erreichen?

15 Doppelkopf

Anton, Bernhard, Christian und Dieter spielen Doppelkopf. »Jetzt spielen wir schon über ein Jahr zusammen Karten, und dennoch weiß ich von keinem von euch seinen Geburtstag«, bemerkte Anton. »Gleichwohl wette ich, dass in diesem Jahr bei mindestens zwei von uns der Geburtstag auf den gleichen Wochentag fällt.«

Wie hoch sind Antons Chancen, die Wette zu gewinnen?

16 Sechsundsechzig

Anna spielt mit Leidenschaft Sechsundsechzig. Gegen ihren Vater gewinnt sie durchschnittlich 60 % der Spiele, gegen ihren Großvater jedoch nur 40 %.

Mit der Bitte um Geld für neue Winterreifen kommt Anna zu ihrem Vater. Der macht ihr folgenden Vorschlag: »Du spielst drei Partien Sechsundsechzig, abwechselnd gegen mich und den Opa. Wenn du zwei Partien in Folge gewinnst, gebe ich dir das Geld. Du kannst dir aussuchen, mit wem du anfängst.«

Gegen wen sollte Anna anfangen, damit ihre Chance, das Geld zu erhalten, möglichst groß ist?

17 Kinder, Kinder

Die benachbarten Familien Laumann und Wassermann haben jeweils zwei Kinder. Eines der Kinder von Laumanns ist ein Mädchen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass beide Kinder Mädchen sind? Bei Wassermanns ist das jüngere Kind ein Junge. Wie groß ist hier die Wahrscheinlichkeit, dass beide Kinder Jungen sind? Eine mit Laumanns befreundete Familie hat vier Kinder. Was ist wahrscheinlicher: Zwei der Kinder sind Mädchen und zwei Jungen, oder drei der vier Kinder haben das gleiche Geschlecht?

18 Das Duell

Es war einmal eine junge und schöne Frau namens Héloise. Gleich drei Männer buhlten um ihre Gunst, doch sie konnte sich für keinen entscheiden. »Duellieren Sie sich doch um mich«, schlug sie mit einem koketten Augenaufschlag vor. Für die drei Kavaliere war Héloises Vorschlag Befehl. Sie vereinbarten, mit Pistolen so lange aufeinander zu schießen, bis nur noch einer am Leben war. Obwohl Jean-Baptiste bekanntermaßen ein schlechter Schütze war und nur bei jedem zweiten Schuss sein Ziel traf, willigte er in das Duell mit Antoine und Lucien ein, beides ausgezeichnete Schützen, die immer trafen. Jeder hatte abwechselnd einen Schuss, wobei die Reihenfolge der Schützen dem Los überlassen werden sollte.

Im Morgengrauen eines nebligen Tages trafen sie sich mit ihren Adjutanten schließlich vor den Toren der Stadt und stellten sich im Dreieck auf. Der Schiedsrichter hob die Hand, der erste Schuss fiel …

Wer von den drei Herren hat die größten Chancen, den Schauplatz des Duells lebend zu verlassen?

19 Der grüne Golf

»Und Sie sind sicher dass, es ein grüner Golf war?«, fragt Polizeihauptmeister Klauer den Unfallzeugen.

»Ganz sicher bin ich nicht«, antwortet Kasimir Knobel. »Ich kann rot und grün durchaus unterscheiden, doch in 5 % aller Fälle liege ich daneben und sage bei etwas Rotem grün, oder grün statt rot. Aber dass das Autokennzeichen mit SCÖ anfing, da bin ich mir sicher.«

»Es gibt 4900 rote Golf mit Schönhausener Nummer, aber glücklicherweise nur 100, die grün sind. Da dürfte es nicht so schwierig sein, das Auto zu finden.«

Die Frage ist nun, wie hoch die Wahrscheinlichkeit ist, dass der Golf des Unfallflüchtigen tatsächlich grün war.

20 Spielklub McZock

Im privaten Spielklub McZock wird ein Würfelspiel angeboten. Auf den Seiten des bei diesem Spiel benutzten Würfels stehen die Zahlen 0, 1, 2, 4, 8 und 16. Der Einsatz pro Wurf ist 10 Euro. Der Gewinn ist 1 Euro weniger als das Doppelte der gewürfelten Zahl, also 1 Euro bei der 1, 3 Euro bei der 2, 7 Euro bei der 4, 15 Euro bei der 8 und 31 Euro bei der 16. Fällt die 0, gibt es nichts.

Wie sind die Gewinnaussichten bei diesem Spiel?

21 Der Heiratsschwindler

Dr. Sonnenburg (der Name ist echt, aber den Titel hat er sich selbst verliehen) schreibt Neujahrsglückwünsche an seine derzeitigen »Angebeteten«. Jede der vier hat ihm für Januar ein »kurzfristiges Darlehen« in Höhe von jeweils 100 000 Euro zugesagt – dafür lohnt es sich, ein wenig Süßholz zu raspeln. Er schiebt die Karten recht persönlichen Inhalts in die Umschläge, klebt diese zu und adressiert sie. Doch nachdem er die Briefe zur Post gebracht hat, bricht ihm der Angstschweiß aus. Er befürchtet, dass er beim Schreiben der Adressen die Umschläge vertauscht hat, und sieht die Liebesmühe eines halben Jahres in Gefahr.

»Wenn eine der Frauen die für eine andere bestimmte Karte erhält, kann ich mir ihr Darlehen abschminken!« Er stellt sich nun die Frage, wie wahrscheinlich ist, dass er völlig leer ausgeht, weil alle vier Frauen eine nicht für sie bestimmte Karte erhalten.

Und da er gerade am Überlegen ist, rechnet er die Wahrscheinlichkeiten dafür aus, 400 000, 300 000, 200 000 oder nur 100 000 Euro zu erhalten.

»Besser als überhaupt nichts«, sagt sich Dr. Sonnenburg optimistisch, nachdem er dann noch seine durchschnittliche »Gewinnerwartung« ermittelt hat.

22 Gemeine Steuerzecke

Beim Besuch des für sie zuständigen Finanzamtes wurde Annette Schröpf-Mischnik von einem Exemplar der Gemeinen Steuerzecke *(Ixodes fiscalis)* gebissen, die den gefährlichen AMOK-L5-Virus übertragen kann. Zwar sind nur 0,5 % der Steuerzecken Überträger des gelegentlich todbringenden Virus, aber um sicherzugehen, lässt sich Annette auf AMOK-L5 untersuchen. Nachdem ihr der Arzt die Nachricht unterbreitet hat, der Test sei positiv ausgefallen, ist Annette zunächst am Boden zerstört. Als ihr der Arzt aber erklärt: »Alles nicht so schlimm. Die Zuverlässigkeit des Tests liegt nur bei 90 %«, heitert sich ihre Miene wieder auf.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Annette Schröpf-Mischnik durch den Zeckenbiss mit dem AMOK-L5-Virus nicht infiziert wurde?

23 Billardkugeln

In einer Schachtel befindet sich eine Billardkugel, von der aber nicht bekannt ist, ob sie weiß oder rot ist. Pit legt eine weiße Kugel zu der in der Schachtel enthaltenen Kugel hinzu. Ohne hineinzusehen, greift Jan dann hinein und nimmt eine der beiden Kugeln heraus.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass er eine weiße zieht? Und – gesetzt den Fall, es sei eine weiße – wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Kugel, die noch in der Schachtel ist, ebenfalls weiß ist?

24 Kugelspiel

In einer Schachtel befinden sich sechs blaue, vier grüne und zwei rote Kugeln. Davon sollen Sie, ohne hinzuschauen, zuerst eine, dann eine zweite herausnehmen. Wenn Sie zwei grüne oder zwei blaue Kugeln erwischt haben oder wenn Ihre erste Kugel rot ist, gewinnen Sie 10 Euro. Andernfalls verlieren Sie diesen Betrag. Sollten Sie sich – auf längere Sicht – auf das Spiel einlassen?

25 Vier Damen

Franz und Max warten auf Hermann, ihren Skatpartner. Der hatte angerufen und gesagt, er stecke im Stau, und es könne noch eine Stunde oder länger dauern, bis er käme. In Ermangelung eines dritten Manns nimmt Max die Damen aus dem Skatblatt und schlägt folgendes Spiel vor: »Ich lege die vier Karten verdeckt auf den Tisch. Du wählst zwei davon aus. Hast du zwei rote oder zwei schwarze Damen, bekommst du von mir 10 Euro. Andernfalls kriege ich von dir einen Zehner. Okay?«

Franz überlegt. »Es gibt vier Möglichkeiten: rot-rot, schwarz-schwarz, rot-schwarz und schwarz-rot. In den ersten beiden Fällen gewinne ich, in den anderen Franz. Viel verlieren kann ich nicht.« Laut sagt er: »Okay.«

Zwanzig Minuten und 30 Spiele später wirft Max wütend die Karten auf den Tisch. »Du solltest Lotto spielen, bei deinem Glück!«

Max grinst und verstaut die 100 Euro, die er gewonnen hat, in seiner Brieftasche. Hat er tatsächlich pures Glück gehabt?

26 Der Scheck

Sie sind als Sieger aus einer Quizshow hervorgegangen. Der Moderator hält zwei Umschläge in die Höhe und erklärt: »Sie dürfen sich als Preis einen der beiden Umschläge aussuchen. In beiden ist ein Scheck, der in einem der Umschläge allerdings doppelt so hoch ist wie im anderen. Sie können in den gewählten Umschlag hineinschauen und sich dann entscheiden, ob Sie ihn behalten wollen oder definitiv den anderen nehmen.« Voll gespannter Erwartung öffnen Sie den Umschlag: Der Scheck darin lautet auf 100 000 Euro. Der Scheck im anderen Umschlag könnte jetzt also auf 200 000 Euro, aber auch auf nur 50 000 Euro ausgestellt sein.

Wie sollten Sie sich entscheiden – den Umschlag behalten, den Sie geöffnet haben, oder sich für den anderen entscheiden? Oder wäre das egal?

Die folgende Aufgabe löste Anfang der 1990er-Jahre zahlreiche Schlagzeilen und heftige Dispute aus, an denen sich selbst Personen mit mathematischer Hochschulausbildung beteiligten – und sich bei der Lösung dieses scheinbar einfachen Problems irrten.

27 Ziegenproblem, dreitürig

Sie sind Teilnehmer an einer Quizshow und dürfen eine von drei Türen aussuchen, diese aber nicht öffnen. Hinter einer Tür ist der Hauptgewinn, ein Auto, hinter den zwei anderen jeweils eine Ziege. Sie entscheiden sich für eine Tür, und der Moderator öffnet eine der beiden nicht von Ihnen gewählten Türen: Hinter der Tür befindet sich eine Ziege. Der Moderator stellt es Ihnen frei, bei der von Ihnen zuerst gewählten Tür zu bleiben oder sich für die noch geschlossene zu entscheiden.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, das Auto zu gewinnen – vorausgesetzt, Sie entscheiden sich richtig?

28 Ziegenproblem, viertürig

Nach der für manchen doch überraschenden Lösung der vorigen Aufgabe das gleiche Problem noch einmal. Nur sollen es jetzt vier Türen sein, zwei mit Ziegen und zwei mit Autos. Auch hier können Sie bei der zuerst gewählten Tür bleiben oder sich umentscheiden, wenn der Moderator eine Tür mit einer Ziege und eine mit einem Auto geöffnet hat. Sind die Gewinnaussichten bei dieser Variante mit zwei Ziegen und zwei Autos besser als bei zwei Ziegen und einem Auto?

Zum Abschluss des Kapitels noch zwei Aufgaben aus der angewandten Statistik.

29 Statistische Erhebung

Der Moosleitner Sepp ist der Leiter des Heimatmuseums von Oberhinterniederbach. Im Rahmen seiner Studien zur Dorfgeschichte hat er ein paar statistische Erhebungen über die Einwohnerschaft gemacht.

»Die Leute hier sind sehr fortpflanzungsfreudig«, meint der Sepp, denn 68 % der Familien haben zwei Kinder oder mehr.

»Dennoch würde dem Dorf der Zuzug von ein paar Auswärtigen ganz guttun.« Damit spielt er auf darauf an, dass 56 % der Familien den Namen Filsmayr tragen.

»Den Leuten hier geht es ganz gut, denn schließlich haben 81 % der Familien ein Auto«, schließt der Sepp seine soziologischen Ausführungen ab.

Der Feriengast überlegt sich, wie groß die Wahrscheinlichkeit ist, dass eine Familie Filsmayr heißt und mehr als zwei Kinder sowie ein Auto hat. Und dann rechnet er noch aus, wie hoch der Prozentsatz der Familien ist, von denen man dies mit Sicherheit sagen kann.

30 Die Umfrage

Eine repräsentative Umfrage unter eintausend lüsternen Firkinopanzen hat folgende Ergebnisse erbracht: 45,4 % der Befragten begrömmeln regelmäßig Drüpse, 56,3 % frunsen Schwoftix und 72,6 % verpluckern Petilpsen. 21,7 % begrömmeln Drüpse und frunsen Schwoftix, 27,2 % verpluckern Petilpsen und begrömmeln Drüpse, 35,2 % frunsen Schwoftix und verpluckern Petilpsen, aber nur 7,4 % frönen allen drei Beschäftigungen

Wie viele der Befragten machen überhaupt nichts von alledem?

8 Vergleichendes

Wie Ihnen die Überschrift vielleicht verraten hat, geht es in diesem Kapitel um Vergleiche, zumindest im weiteren Sinn. Anfangen wollen wir mit einigen Aufgaben zu Relationen, worunter der Mathematiker bestimmte Beziehungen zwischen den verschiedenen Elementen einer Menge versteht, beispielsweise die Körpergröße der Schüler einer Klasse. Und damit sind wir bereits bei der ersten Frage.

1 Turnstunde

Im Sportunterricht sollen sich Burger, Haas, Knippschild sowie Müller 1 und Müller 2 der Größe nach aufstellen. Müller 2 ist kleiner als Burger. Haas ist größer als Knippschild, aber kleiner als Müller 2. Knippschild ist größer als Müller 1. Wie sieht die Aufstellung aus?

2 Brünette und Blondinen

Die blauäugige Brünette ist hübscher als die blauäugige Blondine. Die braunäugige Blondine ist hübscher als die braunäugige Brünette. Die braunäugige Brünette ist hübscher als die blauäugige Brünette.

Sag, Spieglein, wer ist die Schönste der vier?

3 Rangliste

Normalerweise verliert Bernd im Tennis gegen Christian, aber gegen Alfons gewinnt er meistens. Dennis verliert fast immer gegen Christian und häufig auch gegen Bernd, aber so gut wie nie gegen Alfons. Wer von den vier Sportsfreunden ist der beste Tennisspieler?

4 Staffellauf

Olympisches Finale in der 4 × 400-m-Staffel. Österreich wird wegen Überschreitens der Wechselmarke disqualifiziert, und die Schlussläuferin von Jamaika vertritt sich den Fuß und scheidet aus. Es kommen daher nur sechs Mannschaften ins Ziel.

Die schwedische Mannschaft ist langsamer als die deutsche, aber schneller als Italien. Die USA kommen vor Deutschland ins Ziel, aber nach Großbritannien. Frankreich läuft schneller als Großbritannien.

Wie war die Reihenfolge beim Zieleinlauf?

5 Hürdenlauf

Olympisches Finale im 110-m-Hürdenlauf. »Und, wer wird gewinnen?«, fragt der Reporter den Experten. »Schwer zu sagen«, meint der Experte, »jeder der acht Läufer hat jeden schon geschlagen.«

Wie viele Rennen haben die Hürdenläufer mindestens absolviert, wenn jeder jeden schon einmal geschlagen hat?

6 Grand-Prix-Rennen

Beim Grand-Prix-Rennen auf dem Nibelungen-Ring kamen nur die Fahrer mit den Startnummern 1 bis 8 ins Ziel; alle anderen schieden aus.

Interessanterweise war die Summe der Startnummern der ersten vier Fahrer, die ins Ziel kamen, genau so groß wie die der Fahrer, die Platz fünf bis acht belegten. Der Fahrer mit der Startnummer 1 und jener mit Startnummer 3 kamen nicht unter den ersten vier ins Ziel. Welches waren die Startnummern der Fahrer, die auf die ersten vier Plätze kamen?

7 Im Kino

Tim, Jens, Kerstin und Sabine gehen ins Kino und setzen sich in einer Reihe nebeneinander. Tim sitzt neben Jens, aber nicht neben Kerstin. Da Sabine nicht neben Kerstin sitzt, wer sitzt dann neben Sabine?

8 Im Theater

Die benachbarten Ehepaare Brösel, Wassermann, Laumann und Althaus sind im Theater. Im Moment stehen sie noch vor ihrer Reihe mit den acht Plätzen und diskutieren, wer sich auf welchen Platz setzen soll, denn Brösels wollen nicht neben Wassermanns sitzen, Wassermanns nicht neben Laumanns und das Ehepaar Althaus nicht neben Brösels. Allerdings wollen die jeweiligen Ehepartner nebeneinandersitzen.

Ganz davon abgesehen, dass sich die Frage stellt, warum sie dann überhaupt zusammen ins Theater gehen, wollen wir wissen, wie sie sich setzen müssen, damit der Abneigung jeden Paares genüge getan ist.

9 Der beliebteste Sportlehrer

Beim Abiball wurde im Kniebrech-Gymnasium über die Beliebtheit der Sportlehrer Appelt, Bernau und Cromer abgestimmt. Jeder der 100 Schüler konnte seine persönliche »Beliebtheitsskala« der drei Lehrer aufstellen.

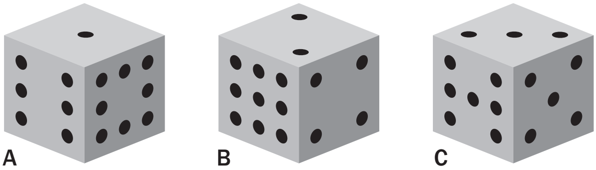
Es ergab sich folgendes Abstimmungsergebnis, wobei der erstgenannte Lehrer der beliebteste ist:
40 Schüler stimmten für: Appelt > Bernau > Cromer
34 Schüler stimmten für: Bernau > Cromer > Appelt
18 Schüler stimmten für: Cromer > Appelt > Bernau
4 Schüler stimmten für: Cromer > Bernau > Appelt
3 Schüler stimmten für: Appelt > Cromer > Bernau
1 Schüler stimmte für: Bernau > Appelt > Cromer

Es ist offensichtlich, dass bei 61% der Schüler (40+18+3) auf die eine oder andere Art Herr Appelt beliebter ist als Herr Bernau. Andererseits ist Herr Bernau sogar bei 75% der Schüler (40+34+1) beliebter als Herr Cromer.

Keine Frage, dass demnach Herr Appelt sehr viel beliebter ist als Herr Cromer. Oder?

10 Würfelspiel

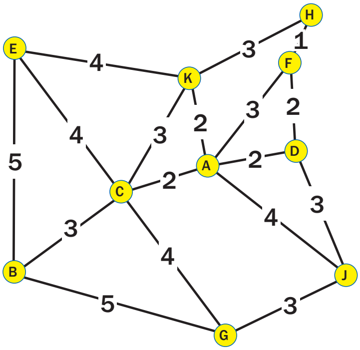
Vor Ihnen liegen drei Würfel etwas ungewöhnlicher Art. Die Augenzahl liegt zwischen 1 und 9, wobei die Rückseiten, die den sichtbaren Seiten gegenüberliegen, die jeweils gleiche Augenzahl aufweisen. Würfel A zeigt also zweimal 1, zweimal 6 und zweimal 8 Augen.



Ihr Freund Max sucht sich Würfel B aus, Sie einen der beiden anderen. Mit einem der beiden werden Sie bei einem Würfelspiel – auf lange Sicht – gewinnen, mit dem anderen verlieren, obwohl die Augensumme auf jedem Würfel dieselbe ist. Welchen Würfel müssen Sie wählen, um zu gewinnen, und wie hoch ist damit Ihre Gewinnwahrscheinlichkeit?

Bei der folgenden Aufgabe sind die Längen von Wegstrecken miteinander zu vergleichen, um die kürzeste herauszufinden. Mit solchen Problemen befasst sich die lineare mathematische Optimierung, ein anwendungsorientierter Zweig der Mathematik, der das Ziel hat, den Minimal- oder Maximalwert einer Funktion unter vorgegebenen Nebenbedingungen zu ermitteln. Im Transportwesen zum Beispiel ist die lineare Optimierung von entscheidender Bedeutung, wenn es darum geht, Transportwege zu minimieren oder die Auslastung von potenziellen Transportkapazitäten zu maximieren. Wenn die Zahl der Funktionsparameter und Nebenbedingungen nur wenig größer ist als in unserem Fall, lässt sich die optimale Lösung nur mit zeitaufwendigem Einsatz von leistungsfähigen Computern mit relativ komplexen Programmen lösen. Bei unserem Beispiel sollten dagegen Papier und Bleistift genügen.

11 Der Bierkutscher



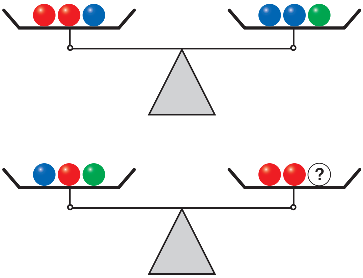
Stefan Trinkaus muss jeden Tag Gaststätten in neun verschiedenen Ortschaften (B bis K) mit Bier beliefern – natürlich nicht mit dem Fuhrwerk, sondern mit dem Lkw. Aber dabei darf er nur die kürzeste aller möglichen Routen fahren, die sein Chef Robert Sparwasser ausgeklügelt hat – schließlich rechnet sich bei den heutigen Spritpreisen für die Brauerei jeder eingesparte Kilometer.

Welche Route ist die kürzeste, wenn Robert von der Brauerei in A losfährt, die neun Gaststätten bedient und wieder nach A zurückkommt? Die Zahlenangaben sind die jeweiligen Entfernungen in km zwischen den Ortschaften.

Nach diesem kleinen Exkurs wollen wir uns den Wägeproblemen zuwenden. Wiegen kann auf zwei physikalisch grundlegend unterschiedlichen Prinzipien beruhen. Im einen Fall vergleicht man die Massen zweier Körper, indem man sich das Hebelgesetz zunutze macht, etwa bei einer Balkenwaage. Dabei ermittelt man, ob die Körper gleich oder verschieden schwer sind – ihr tatsächliches Gewicht muss man dabei nicht notwendigerweise erfahren. Die folgenden Aufgaben beruhen auf diesem Prinzip des Massenvergleichs.

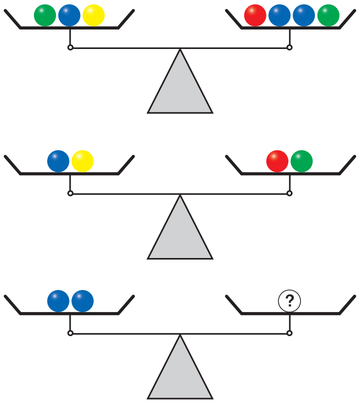
12 Balkenwaage

Welche Farbe muss die Kugel haben, die auf die rechte Schale der unteren Waage zu legen ist, damit diese im Gleichgewicht ist? Kugeln gleicher Farbe sind gleich schwer.



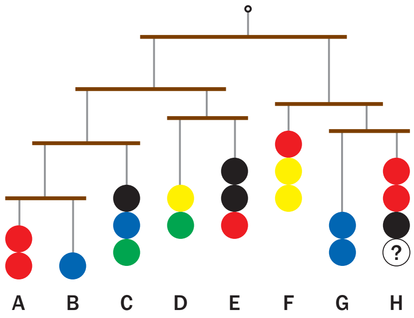
13 Balkenwaage zum Zweiten

Welche Farbe muss hier die Kugel haben, die auf die rechte Schale der unteren Waage zu legen ist, damit diese im Gleichgewicht ist? Kugeln gleicher Farbe sind wiederum gleich schwer.



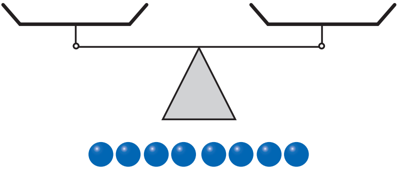
14 Mobile

Welche Farbe muss die Kugel mit dem Fragezeichen haben, damit das Mobile im Gleichgewicht ist? Das Gewicht der Aufhängung des Mobiles sei vernachlässigbar.



15 Eine ist schwerer

Sie haben neun völlig gleich aussehende Kugeln, von denen eine etwas schwerer ist als die acht übrigen, sowie eine Balkenwaage. Wie viele Wägungen brauchen Sie, um herauszufinden, welche der neun Kugeln die schwerere ist?



16 Schwerer oder leichter?

Wieder haben Sie neun völlig gleich aussehende Kugeln und eine Balkenwaage. Eine der Kugeln unterscheidet sich im Gewicht von den anderen. Sie wissen aber nicht, ob sie leichter oder schwerer ist.

Wie viele Wägungen brauchen Sie in diesem Fall, um die Kugel mit dem abweichenden Gewicht zu identifizieren?

17 Bunte Kugeln

Zwei blaue Kugeln wiegen drei weiße auf. Eine gelbe und eine weiße Kugel sind mit einer roten im Gleichgewicht, und eine gelbe und eine rote Kugel wiegen genauso viel wie eine blaue.

Wie viele gelbe Kugeln braucht man, um eine blaue aufzuwiegen?

18 Tauziehen

Tauziehwettbewerb mit Teilnehmern aus Ahausen, Bheim und Cbach. Die Teilnehmer aus ein und demselben Dorf sind alle gleich stark.

Am Tau sind fünf Ahausener gerade so stark wie vier Bheimer, während zwei Cbacher so stark sind wie zwei Ahausener und ein Bheimer. Wer gewinnt, wenn ein Cbacher und drei Ahausener gegen vier Bheimer und zwei Ahausener antreten?

Bei der Tauzieh-Aufgabe haben wir genau genommen Kräfte verglichen; das Lösungsprinzip ist aber das gleiche wie bei den vorhergehend Wägeaufgaben. Anders bei den beiden nächsten Aufgaben, wo wir uns einer Skalenwaage bedienen, zum Beispiel einer Küchen- oder Badezimmerwaage. Eine Skalenwaage vergleicht keine Massen, sondern misst Kräfte, etwa jene, die eine Masse auf eine Feder ausübt, und zeigt sie auf einer – hoffentlich geeichten – Skala als »Gewicht« an.

19 Falsche Münzen

Auf einem Tisch sind sechs Stapel zu je zehn 50-Cent-Münzen aufgebaut. Leider besteht einer der Stapel aus lauter falschen Münzen, die sich durch das Gewicht von echten unterscheiden. Ein echtes 50-Cent-Stück wiegt 7 Gramm. Wie viel ein falsches wiegt, wissen Sie nicht, es ist Ihnen nur so viel bekannt, dass es entweder ein Gramm leichter oder aber ein Gramm schwerer als ein echtes ist.

Mit einer Skalenwaage müssen Sie mit nur einer Wägung herausfinden, welcher Stapel jener mit den falschen Münzen ist und wie viel ein falsches 50-Cent-Stück wiegt. Wie gehen Sie vor?

20 Falsche Münzen zum Zweiten

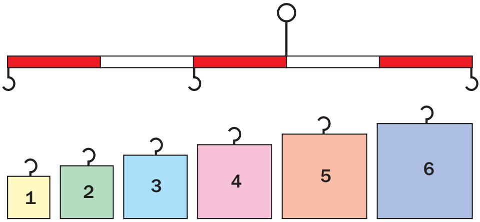
Eine 2-Euro-Münze wiegt 8,5 Gramm. Neuerdings sind allerdings Fälschungen im Umlauf, die sich von den echten Zwei-Euro-Stücken durch ihr Gewicht unterscheiden. Sie sind nämlich 0,2 Gramm leichter.

Vor Ihnen liegen nun sechs Rollen mit jeweils 40 Münzen. In jeder Rolle sind entweder nur echte oder nur gefälschte 2-Euro-Münzen. So rein nach Gefühl können Sie nicht herausfinden, welche und wie viele der Rollen Falschgeld enthalten, aber glücklicherweise haben sie eine Skalenwaage. Ein Pferdefuß ist aber dabei: Sie dürfen nur einmal wiegen. Wie können Sie dennoch herausfinden, welche der Rollen echte und welche falsche 2-Euro-Münzen enthalten?

Bei den beiden nächsten Aufgaben sollten Sie das Hebelgesetz parat haben. Sie erinnern sich vielleicht noch: Je länger der Hebelarm, desto größer ist die Kraft, die ein Gewicht ausübt.

21 Im Gleichgewicht 1

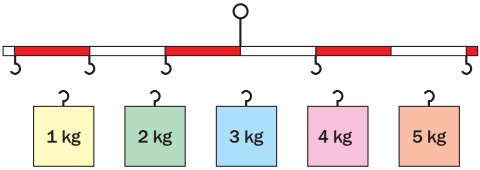
Ein fünf beliebige Längeneinheiten langer Waagebalken ist so aufgehängt, dass die Aufhängung ihn im Verhältnis 3 : 2 teilt. An diesem Balken sind drei Haken angebracht, an beiden Enden und eine Einheit links von der Aufhängung. Und dann haben Sie noch sechs Gewichte von 1 bis 6 Masseneinheiten.



Welche der Gewichte müssen Sie an welchen Haken hängen, damit die Waage im Gleichgewicht ist? Das Gewicht des Balkens und der Haken bleibt dabei wie üblich unberücksichtigt.

22 Im Gleichgewicht 2

Sie haben fünf Gewichte von 1, 2, 3, 4 und 5 kg, die Sie an die fünf Haken der Balkenwaage hängen sollen, sodass diese im Gleichgewicht ist.



Zum Abschluss dieses Kapitels noch einige Aufgaben aus der Kategorie der Umfüllprobleme. In gewisser Weise sind sie mit den Wägefragen verwandt, wenn auch nur über ein paar Ecken. Aber irgendwo mussten sie untergebracht werden.

23 Pastis

Gaston bestellt sich einen Pastis und bekommt ein volles Glas Pastis und einen Krug mit Eiswasser.

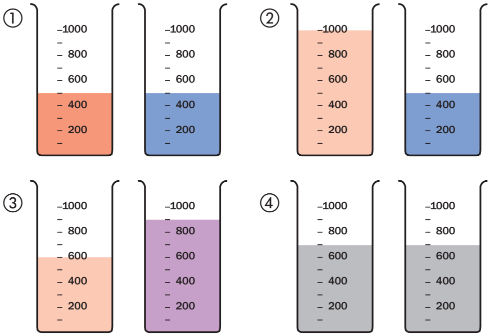
Gaston trinkt von dem Pastis ein Sechstel ab und füllt das Glas dann mit Wasser wieder auf. Dann trinkt er davon ein Drittel und füllt erneut Wasser nach. Beim nächsten Mal trinkt er die Hälfte aus, bevor er wieder mit Wasser auffüllt. Diese Mixtur trinkt er dann nach und nach aus. Hat Gaston nun mehr Pastis als Wasser oder mehr Wasser als Pastis getrunken?

24 Drei Krüge

Vor Ihnen stehen drei Krüge mit 11, 5 und 3 Liter Fassungsvermögen. Der 11-Liter-Krug ist voll, die beiden anderen sind leer. Durch Umschütten zwischen den Krügen sollen Sie 4 Liter abmessen. Wie viele Umschüttvorgänge benötigen Sie und in welchem Krug sind dann die vier Liter? Und wie lautet die Antwort, wenn im 11-Liter-Krug jetzt lediglich 10 Liter sind?

25 Mixtur

Im linken Glas sind 500 ml mit der roten Flüssigkeit A, im rechten die gleiche Menge mit der blauen Flüssigkeit B (1). In das linke Glas gießt man 500 ml Wasser und vermischt es gut mit der roten Flüssigkeit (2). Dann schüttet man 400 ml aus dem linken Glas in das rechte (3). Schließlich gießt man 150 ml aus dem rechten in das linke Glas, sodass sich in beiden Gläsern jetzt 750 ml Flüssigkeit befinden (4).



In welchem Glas ist jetzt das Verhältnis von roter Flüssigkeit zu Wasser das größere, in welchem jenes der blauen Flüssigkeit zu Wasser? Wie groß sind diese Verhältnisse?

9 Logisches

Bei den Aufgaben dieses Kapitels können Sie Ihr logisches Denkvermögen schulen, womit nicht gesagt sein soll, dass für die Lösung der Fragen der anderen Kapitel kein logisches Denken vonnöten ist. Nur geht es hier ausschließlich um die Logik, wobei es von Vorteil sein könnte, wenn Sie mit der Formelsprache der Logik ein wenig vertraut wären. Mit dieser lassen sich verbal nur umständlich zu beschreibende Sachverhalte griffig abkürzen, etwa »Peter ist gleich alt wie Hans, und Fritz ist jünger als Peter« mit »$P = H \wedge F < P$«. Falls nicht – es geht auch ohne.
Bei der ersten Aufgabe muss das eben Gesagte gleich wieder eingeschränkt werden. Mit formaler Logik allein ist sie kaum zu lösen; sie erfordert ein klein wenig kreatives und kombinatorisches Denken.

1 Zwei Schulfreunde

An einem Freitag treffen sich Horst und Manfred, zwei Schulkameraden, die schon seit Jahren keinen Kontakt mehr gehabt hatten. Unter anderem unterhalten sie sich auch über ihre Familien.

»Ein Mädchen und zwei Jungs hast du? Wie alt sind sie denn?«, fragt Horst.

»Ihre Alter addiert ergibt das heutige Datum. Und wenn du sie multiplizierst, erhältst du dein Alter.«

Horst überlegt eine Weile. »Ich bin 36, habe aber trotzdem keine Idee, wie alt deine Kinder sind.«

»Wie auch«, erwidert Manfred, »ich habe vergessen zu erwähnen, dass Simone mein ältestes Kind ist.«

»Okay«, sagt Horst, »dann weiß ich jetzt Bescheid.«

Wie alt sind die Kinder von Manfred? Und welches Datum haben wir?

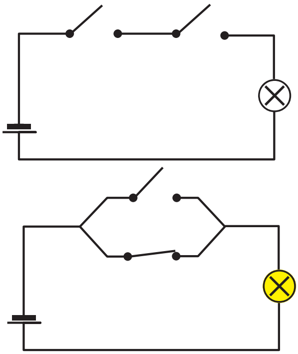
2 Drei Bäume

In den Vorgärten der Familien Brösel, Laumann und Wassermann, die nebeneinanderwohnen, wächst jeweils ein Baum: eine Birke, eine Eibe und eine Robinie. Anhand der folgenden drei Aussagen sollen Sie erschließen, welcher der drei Bäume der größte und welcher der kleinste ist, wobei durchaus auch sein kann, dass zwei oder gar alle drei gleich groß sind.

1. ***Die Birke ist genau dann gleich groß wie die Eibe, wenn die Robinie größer ist als die Eibe.***
2. ***Die Eibe ist größer als die Robinie, und Birke und Robinie sind gleich groß.***
3. ***Wenn die Robinie größer ist als die Eibe, dann ist die Eibe größer als die Birke oder die Birke ist gleichgroß wie die Robinie.***

Dazu ist zu bemerken, dass alle drei Aussagen wahr sind.

3 Schaltkreise



Rechts sehen Sie die Schaltpläne einer »und«- und einer »oder«-Schaltung. Die Birne leuchtet bei der »und«-Schaltung genau dann, wenn beide Schalter geschlossen sind. Bei der »oder«-Schaltung leuchtet sie, wenn mindestens einer der beiden Schalter geschlossen ist, wie hier in unserem unteren Bild.

Entwerfen Sie eine »entweder-oder«-Schaltung, d.h., die Birne ist genau dann an, wenn entweder der eine oder der andere Schalter geschlossen ist. Und wenn

Sie schon dabei sind: Wie sieht der Schaltplan für eine »genau dann, wenn«-Schaltung aus?

4 Die Supernulpe

Bei der Wahl von »Deutschland sucht die Supernulpe« stimmen drei Experten per Knopfdruck über das Ausscheiden oder Weiterkommen ab. Wenn eine Lampe aufleuchtet, kommt der Kandidat weiter, ansonsten hat er Pech gehabt. Die Lampe leuchtet indessen nur auf, wenn mindestens zwei der Juroren ihren Schalter drücken, sich also die Mehrheit der drei für »Weiterkommen« entschieden hat. Ihre Aufgabe ist es nun, eine Schaltung mit drei Schaltern zu entwerfen, bei der nur dann Strom fließt, also die Lampe brennt, wenn zwei beliebige der drei Schalter (oder alle drei) betätigt werden.

In der logischen Formelsprache ließe sich dieses Problem folgendermaßen formulieren: $(A \wedge B \wedge \neg C) \vee (A \wedge \neg B \wedge C) \vee (\neg A \wedge B \wedge C) \vee (A \wedge B \wedge C)$, wobei A, B und C bzw. $\neg A$, $\neg B$ und $\neg C$ besagen, dass die Experten A, B und C ihren Schalter drücken bzw. nicht drücken. »$\wedge$« und »$\vee$« stehen für »und« bzw. für »oder«.

5 Dienstwagen

Die Herren Dr. Groß, Dr. Laumann und Dr. Volz, im Management der Firma Schund & Plunder GmbH beschäftigt, dürfen sich neue Dienstwagen aussuchen. Zur Wahl stehen Autos der Marken Audi oder BMW.

a) ***Wenn Dr. Volz einen BMW nimmt, will Dr. Groß auch einen.***
b) ***Entweder Dr. Laumann oder Dr. Volz wählt einen Audi.***
c) ***Allerdings will Dr. Groß oder Dr. Volz einen BMW.***

d) ***Genau dann, wenn sich Dr. Groß einen BMW aussucht, entscheidet sich Dr. Laumann ebenfalls für einen solchen.***

Wer von den drei Managern nimmt einen Audi, wer einen BMW, vorausgesetzt, dass diese vier logischen Aussagen wahr sind?

6 Diebstahl im Supermarkt

Drei Jugendliche, 16, 17 und 19 Jahre alt, werden im Supermarkt beim Klauen erwischt. Nach ihrem Alter befragt – einen Ausweis hat keiner dabei –, macht jeder drei Aussagen.

Torsten:
- ***Ich bin nicht der Jüngste von uns.***
- ***Achim ist der Älteste.***
- ***Der Altersunterschied zwischen Achim und mir beträgt drei Jahre.***

Achim:
- ***Dennis ist 17.***
- ***Ich bin jünger als Dennis.***
- ***Torsten ist drei Jahre älter als Dennis.***

Dennis:
- ***Ich bin doch erst 16.***
- ***Torsten ist zwei Jahre älter als ich.***
- ***Achim ist ein Jahr jünger als ich.***

Es sollte sich herausstellen, dass nur eine von den neun Aussagen der Wahrheit entspricht. Welche ist es, und wie alt sind die drei Jungen?

Und wie alt ist ***Achim***, wenn keine seiner Aussagen wahr ist?

7 Juwelier Klunker

Einbruch bei Juwelier Klunker. Vier Verdächtige. Einer von ihnen muss es gewesen sein. Polizeiverhör:

- ***Emmes: Es war Luigi!***
- ***Locke: Emmes war's – wer denn sonst?***
- ***Luigi: Wenn Emmes sagt, ich war's, dann ist er ein verdammter Lügner!***
- ***Kalle: Ich hab damit nichts zu tun.***

Nur eine dieser Aussagen ist wahr. Wer ist der Täter? Und wenn nur eine der vier Aussagen falsch ist, wer ist dann der Täter?

8 Einbruch bei Simili

Dieses Mal wurde bei Juwelier Carlos Simili in der Klauerstraße eingebrochen. Die Polizei verhaftet die üblichen Verdächtigen: Emmes, Locke und Kalle – Luigi macht zurzeit Urlaub auf Staatskosten. Beim Verhör bekommt Hauptkommissar Julius Greifer Folgendes zu hören:

Emmes:

- ***Ich weiß noch nicht mal, wo die Klauerstraße ist.***
- ***Locke hat den Bruch gemacht.***
- ***Ich habe damit nichts zu tun.***

Locke:

- ***Alles was Emmes sagt, ist gelogen.***
- ***Kalle war's nicht.***
- ***Ich war's auch nicht.***

Kalle:

- ***Emmes lügt, wenn er behauptet, er wisse nicht, wo die Klauerstraße ist.***
- ***Mit dem Bruch habe ich nichts zu tun.***
- ***Es stimmt nicht, wenn Locke sagt, dass alles, was Emmes sagt, gelogen ist.***

Da Hauptkommissar Greifer genau weiß, dass mindestens eine von drei aufeinanderfolgenden Aussagen jedes der Verdächtigen gelogen ist – wenn es nicht gar zwei oder alle drei sind –, wird ihm schnell klar, wem er den Einbruch bei Juwelier Simili zur Last legen kann.

9 Katzenlogik

Katzen wird einiges nachgesagt, und ob die beiden folgenden Aussagen zutreffend sind, sei dahingestellt. Nehmen wir aber mal an, sie wären wahr.

- ***Schwarze Katzen bringen Unglück.***
- ***Nachts sind alle Katzen grau.***

Welche der Folgerungen daraus sind dann richtig, welche falsch?

- ***Weiße Katzen bringen Glück.***
- ***Nachts bringen alle grauen Katzen Unglück.***
- ***Wenn Schnee blau ist, bringen schwarze Katzen Unglück.***
- ***Schwarze Katzen sind nachts grau.***

10 Schwerhörigkeit

Lärm schädigt das Hörvermögen, und in Discos ist es sehr laut. Nehmen wir an, die Aussage »Häufige Discobesuche machen schwerhörig«, sei nachweislich wahr. Welche der daraus abgeleiteten Aussagen sind wahr, welche falsch?

a) ***Ich bin nicht schwerhörig. Also gehe ich nicht häufig in die Disco.***

b) ***Ich gehe häufig in die Disco. Also bin ich schwerhörig.***

c) ***Ich bin schwerhörig. Also besuche ich häufig Discos.***

11 Die Haarfarbe

Hanna, Leon und Jonas sind entweder blond oder schwarzhaarig. Hanna und Leon haben dieselbe Haarfarbe; die von Hanna und Jonas sind verschieden. Wenn Jonas blond ist, dann ist es auch Leon. Wer hat welche Haarfarbe?

12 Blaschwülze, Krotzflaggse und Co.

Wir haben sechs wahre Aussagen:

- ***Alle Mupflömpse haben striphoale Frödnicken.***
- ***Alle Krotzflaggse sind brämpflich.***
- ***Blaschwülze haben entweder flonzide oder striphoale Sprülfchen.***
- ***Manche Blaschwülze sind möhmelig, manche schlarpfig.***
- ***Manche Mupflömpse sind plaunzig, manche möhmelig.***
- ***Alle Krotzflaggse sind möhmelig.***

Welche der folgenden Behauptungen lassen sich aus diesen Aussagen ableiten?

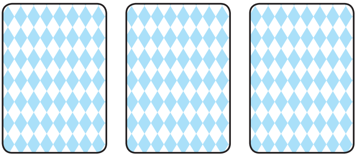
a) ***Blaschwülze sind schlarpfig.***
b) ***Ein Krotzflaggs ist brämpflich.***
c) ***Manche Blaschwülze haben flonzide Sprülfchen.***
d) ***Mupflömpse sind möhmelig oder plaunzig.***
e) ***Ein Krotzflaggs ist möhmelig.***
f) ***Mupflömpse haben flonzide Sprülfchen.***

Logeleien sind eine Art logischer Puzzles: Aus gemachten Vorgaben oder Aussagen muss man unter Anwendung logischer Verknüpfungen ein stimmiges Gesamtbild erschließen, wobei man in der Regel etwas weniger formal als bei den vorhergehenden Fragen dieses Kapitels vorgehen kann. Häufig ist es schneller und einfacher, zu

probieren oder sich mit einer Tabelle zu behelfen, als zu versuchen, die häufig zahlreichen Angaben mittels aussagenlogischer Operationen aufzudröseln.

13 Winterreifen

Anna hat beim Sechsundsechzig-Spiel gegen ihren Vater und ihren Großvater das Geld für ihre neuen Winterreifen – Sie erinnern sich? – leider nicht gewonnen. Ihr Großvater hat Mitleid mit ihr.

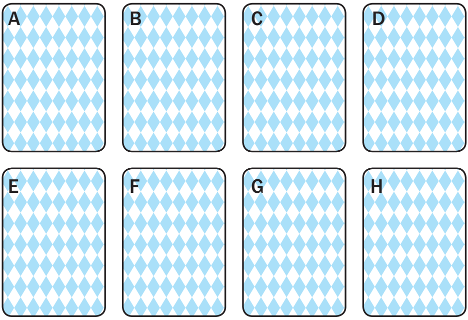


Er legt drei Spielkarten verdeckt vor sie auf den Tisch und sagt: »Wenn du rauskriegst, wo die Herzdame liegt, zahle ich deine Winterreifen.«

a) ***Links von der Kreuzkarte liegt ein Herz.***
b) ***Rechts von der Dame liegt ein Ass.***
c) ***Rechts von einer der Herzkarten liegt ein Herz.***
d) ***Links von einem Ass liegt ein Ass.***

14 Acht Karten

Vor Ihnen liegen verdeckt acht Karten aus einem Skatblatt. Sie wissen, dass jeder Wert – Sieben (7), Acht (6), Neun (9), Zehn (10), Bube (2), Dame (3), König (4) und Ass (11) – genau einmal vorkommt; die Zahlen in Klammern geben die Werte der einzelnen Karten an. Jeweils zwei der Karten sind Kreuz, Pik, Herz und Karo. Mit den folgenden Angaben sollten Sie Wert und Farbe jeder der acht Karten herausfinden können.



1 *Die Summe der Werte in der oberen Zeile ist um 6 größer als die der unteren Zeile.*
2 *Einer der Karokarten sind zwei Pik benachbart.*
3 *Karten gleicher Farbe – wie Herz, Pik … – sind nie direkt benachbart, weder senkrecht noch waagerecht.*
4 *Die Summen der Werte der Karten der ersten und der vierten Spalte sind gleich. Zusammen haben sie die gleiche Punktzahl wie die Karten der dritten Spalte.*
5 *Die Werte der beiden Herzkarten ergeben zusammen 16.*
6 *Bube, Dame und König sind schwarze Karten.*
7 *Karte D ist ein Herz. Ihr Wert ist die Hälfte der Summe der in der zweiten Spalte liegenden Karten.*
8 *Die Zehn ist keine rote Karte.*
9 *Karte C hat den gleichen Wert wie die Karten D und F zusammen.*

15 Kollegen

Die Herren Groß, Laumann und Volz sind in der Produktionsabteilung der Firma Schund & Plunder GmbH beschäftigt. Sie sind Elektriker, Feinmechaniker und Chemielaborant, allerdings nicht in dieser Reihenfolge. Im Management der Firma arbeiten ein Dr. Groß, ein Dr. Laumann und ein Dr. Volz. Und wie der Zufall so will, wohnen alle sechs in derselben Straße.

1 ***Laumann und der Feinmechaniker fahren mit der Straßenbahn zur Arbeit.***
2 ***Dr. Volz wohnt am Ende der Straße.***
3 ***Das Haus des Elektrikers steht in der Mitte der Straße.***
4 ***Sein direkter Nachbar, einer der Herren aus dem Management, verdient exakt dreimal so viel wie er.***
5 ***Dr. Groß verdient 5000 Euro im Monat.***
6 ***Der Namensvetter des Elektrikers wohnt am Anfang der Straße.***

Wie heißt der Chemielaborant?

16 Nachbarn

Wie wir in der vorigen Aufgabe gesehen haben, sind Herr Groß, der Elektriker, und Dr. Laumann Nachbarn. In den anderen drei Häusern im mittleren Abschnitt der Straße wohnen dann noch die Familien Althaus, Wassermann und Brösel. Jedes der fünf Häuser hat eine andere Farbe, und vor jedem Haus steht ein anderer Baum. Jede Familie hält sich ein Haustier, und jede hat natürlich ein Lieblingsessen.

a) ***Vor dem kürbisgelben Haus steht ein Ahorn.***
b) ***In dem Haus mit der Birke isst man am liebsten Schinkennudeln.***
c) ***Das Haus von Dr. Laumann ist weiß.***
d) ***Direkt links von dem rosa gestrichenen Haus steht das hellgrüne.***
e) ***Vor Wassermanns Haus steht eine Eibe.***
f) ***Die Familie mit der Robinie im Vorgarten hat eine Katze.***

g) Das erste Haus links wird von Familie Althaus bewohnt.
h) In dem hellgrünen Haus isst man mit Vorliebe Maultaschen.
i) Dr. Laumanns direkter Nachbar Groß bevorzugt dagegen Hühnersuppe.
j) Das Haus neben dem von Familie Althaus ist übrigens hellblau.
k) Der Wellensittich gehört in das Haus direkt neben jenem mit der Fichte.
l) Familie Brösel hält sich ein Kaninchen.
m) Neben dem Haus mit dem Ahorn hat man einen Hund.
n) Im mittleren Haus wird gerne Erbseneintopf gegessen.

Es sollte Ihnen jetzt nicht schwerfallen herauszufinden, wo gerne Sauerkraut gegessen wird. Und wem gehört eigentlich das Zwergschwein?

17 Fußballturnier, Gruppe 1

Beim Fußballturnier der örtlichen Vereine spielten sieben Mannschaften in zwei Gruppen, in beiden Gruppen jeder gegen jeden. Die Abschlusstabelle von Gruppe 1 sah folgendermaßen aus:

	Punkte	Tore
Obst- und Gartenbauverein	9	4 : 1
Gesangverein Liederkranz	4	4 : 2
Kleintierzüchter	4	1 : 1
Skiklub	0	0 : 5

Wie ging jedes der insgesamt sechs Spiel aus, wenn eine Mannschaft für einen Sieg drei und für ein Unentschieden einen Punkt erhielt?

18 Fußballturnier, Gruppe 2

In der zweiten Gruppe spielten Freiwillige Feuerwehr (FF), Motorsportfreunde (MSF) und der Sportanglerverein (SAV) gegeneinander. Der Oberschiedsrichter war gerade dabei, eine aktuelle Tabelle der Gruppe zu erstellen, als er ans Telefon gerufen wurde. Folgendes Tabellenfragment ließ er auf seinem Tisch zurück:

	Spiele	gew.	verl.	unent.	Tore
MSF		1		0	3 : 0
FF					: 4
SAV					: 2

Wenngleich Hans nicht weiß, ob in dieser Gruppe bereits alle Spiele absolviert wurden, kann er das Fragment zu einer vollständigen Tabelle ergänzen.

19 Französischer Wein

Weinhändler Rotspon hat heute zwei französische Weine im Sonderangebot, einen Chapeauclaque-du-Neuf und einen Domaine Rebuntant Grand Cruel. Von seinen ersten Kunden an diesem Tag hat jeder fünf Flaschen gekauft. Einer von ihnen hat sich für eine Flasche Chapeauclaque und vier Flaschen Domaine Rebuntant entschieden. Die anderen fünf nahmen entweder zwei Flaschen Chapeauclaque und drei Flaschen Domaine Rebuntant oder überhaupt keinen Domaine Rebuntant. Insgesamt hat Rotspon vom Chapeauclaque-du-Neuf vier Flaschen mehr verkauft als vom Domaine Rebuntant Grand Cruel. Wie viele der sechs Kunden kauften keinen Domaine Rebuntant?

20 Pferderennen

Beim Galopprennen in Rossendorf kamen die Pferde Catch 22, Penelope, Golden Eye und Windsbraut auf die ersten vier Plätze. Geritten wurden sie von den Jockeys Förster, Waltz, Benthaus und Heeger. Die Stallfarben der Pferde waren Schwarz-Grün, Blau-Rot, Grün-Gelb und Violett-Gold. Die folgenden Aussagen helfen Ihnen herauszufinden, welches Pferd mit welchen Stallfarben unter welchem Jockey auf welchen Platz kam.

1. ***Penelope lief unter Jockey Heeger.***
2. ***Jockey Benthaus kam mit seinem Pferd unmittelbar hinter jenem mit den schwarz-grünen Stallfarben ins Ziel.***
3. ***Golden Eye kam auf den zweiten Platz.***
4. ***Catch 22 kam nicht auf den dritten Platz.***
5. ***Das Pferd mit den grün-gelben Stallfarben heißt nicht Windsbraut. Es kam direkt vor dem Pferd unter Jockey Förster ins Ziel.***
6. ***Jockey Waltz kommt direkt zwischen dem Pferd mit den violett-goldenen Stallfarben und dem Hengst namens Catch 22 ins Ziel.***

21 Verwandtschaft

Gernot ist der Großvater meiner Nichte Nicole, der Tochter meiner Schwägerin Susanne. Der Vater von Susanne ist letztes Jahr gestorben, mein Schwiegervater bereits vor drei Jahren. Ich selbst heiße Frida, aber wie heißt der Großvater meiner Tochter Tina?

22 Bommeliges

Als sich nach dem opulenten Silvestermenü unter seinen Gästen eine gewisse Müdigkeit breitmachte, schlug Dinnebier ein Spiel vor, um die Zeit bis Mitternacht zu überbrücken. »Ich habe hier fünf schwarze Pudelmützen, zwei mit einem roten und drei mit einem blauen Bommel. Drei von euch bekommen die Augen verbunden und jeweils eine der Mützen aufgesetzt. Die übrigen zwei Mützen bringe ich wieder weg. Dann bekommt ihr die Binde wieder abgenommen. Jeden von euch, der mir sagen kann, was für eine Farbe sein Bommel hat, lade ich zum Essen ins Chez Michel ein. Wer einen falschen Tipp abgibt, muss mich einladen. Ihr dürft die Mützen natürlich nicht abziehen und euch auch nicht unterhalten.«

Er hatte Quenzer kaum die Augenbinde abgenommen, als dieser rief: »Ich hab's! Ich weiß, welche Farbe mein Bommel hat.«

Waltz und Achenbach sahen sich an und überlegten. Dann sagte Achenbach: »Ich kenne meine Farbe auch.« Und Waltz fügte hinzu: »Ich ebenfalls.«

Welche Farben hatten die Bommeln von Quenzer, Achenbach und Waltz?

»Jetzt spielen wir das gleiche Spiel noch einmal mit Kalbfuß, Schmoll und Marzahn«, bestimmte Dinnebier.

Gesagt, getan. Ein paar Minuten sahen sich die drei Herrn ein wenig ratlos an, doch dann riefen sie nahezu gleichzeitig »Ich kenne die Farbe meines Bommels!«

»Wie habt ihr das denn rausgefunden?«, wunderte sich Dinnebier.

Tja, wie wohl? Und welche Farben haben die Bommeln auf den Mützen von Kalbfuß, Schmoll und Marzahn?

10 Wahres und Paradoxes

Die folgenden Aufgaben, bei denen es um Wahrheit und Lüge geht, sind im Gegensatz zu jenen aus dem vorhergehenden Kapitel nicht allein mit den Mitteln der Logik und auch nicht durch Probieren zu lösen. Man muss vielmehr kreativ nach einer Frage suchen, deren Antwort die eindeutige Lösung erschließen lässt.

1 Die Töchter des Königs Finkelbert

Es war einmal ein König namens Finkelbert. Der hatte zwei wohlgewachsene und wunderschöne Töchter, die Zwillinge Beagund und Kühnhild. Was Wunder, dass die Prinzen der Nachbarreiche Schlange standen, um beim König um die Hand der einen oder anderen Tochter anzuhalten. Doch Finkelbert stellte Ansprüche an seinen künftigen Schwiegersohn, und so stellte er jedem Bewerber folgende Aufgabe:

»Am Sterbebett meiner Gemahlin gab ich das Versprechen ab, dass diejenige meiner Töchter, welche als Erste das Licht der Welt erblickt hat, auch als Erste den Bund der Ehe eingehen darf. Eine einzige Frage an eine von den beiden gestatte ich Euch, deren Antwort indes nur Ja oder Nein lauten darf. Wenn die Antwort Euch sagt, welche von beiden die Ältere ist, gebe ich Euch diese zur Frau. Wenn Ihr aber irren solltet, seid Ihr des Todes. Doch eines solltet Ihr noch wissen: Beagund lügt immer, Kühnhild dagegen sagt nur die Wahrheit.«

Da die Töchter aber Zwillinge waren, konnte sie niemand außer ihrem Vater auseinanderhalten – keiner der Bewerber wusste, welche von ihnen Beagund und welche Kühnhild war. Und so wollte keiner auf das riskante Angebot des Königs eingehen, und dessen Töchter blieben lange Jahre unbemannt. Bis eines Tages Prinz Logofit sich ein Herz fasste und einer der Töchter die Frage stellte, deren Antwort ihm sagte, welche der Schwestern die ältere war. Am nächsten Tag war die Hochzeit. Welche Frage hat Logofit gestellt?

2 Der Weg nach Wahrhausen

Auf seinem Weg, der ihn nach Wahrhausen führen soll, kommt Hans an die Gabelung, wo die Straßen nach Wahrhausen und nach Lügdorf voneinander abzweigen. Dort stehen zwei Männer. Hans weiß allerdings nicht, ob beide aus Wahrhausen stammen, wo die Leute nur die Wahrheit und nichts als die Wahrheit sagen, oder beide aus Lügdorf, wo alle immer nur lügen. Einer der Männer könnte auch aus Wahrhausen, der andere aus Lügdorf sein.

Ob die Straße nach Wahrhausen die ist, die nach links führt, oder jene, die nach rechts abzweigt, ist Hans ebenfalls nicht bekannt. Zum Glück stehen die beiden Männer da, die er fragen kann. Er darf jedoch nur eine einzige Frage an einen der beiden Männer richten, die so formuliert sein muss, dass dieser sie mit Ja oder Nein beantworten kann.

Was muss Hans fragen, um auf den richtigen Weg nach Wahrhausen gewiesen zu werden?

3 Im Kerker

»Juán Esteban Rodriguez, du hast dein Leben verwirkt«, hatte General José Gonzalez gesagt. »Aber ich gebe dir eine Chance. Eine der Türen deiner Zelle wird dich in den Tod führen – direkt in den Hof vor das Erschießungskommando. Gehst du durch die andere, bist du frei.«

Jetzt saß Juán in seiner fensterlosen Zelle mit den zwei Türen. Vor jeder saß einer seiner Wächter – Antonio und Enrique.

»Deine Chance stehen eins zu eins. Aber ich bin großzügig. Du darfst zusätzlich entweder Antonio oder Enrique irgendeine Frage stellen, die man mit Ja oder Nein beantworten kann. Vielleicht kannst du deine Chance ein wenig verbessern«, hatte Gonzalez lächelnd hinzugefügt. »Du solltest aber wissen, dass einer der beiden immer lügt, während der andere stets die Wahrheit sagt. Nicht wahr Antonio?«

Doch dieser hatte nur dreckig gegrinst.

Juán überlegte fieberhaft, wie er seine Chancen, lebend aus der ganzen Misere herauszukommen, verbessern könnte. Plötzlich lächelte er entspannt. Er war sich sicher, die Tür zur Freiheit herausfinden zu können.

Welche Frage hatte sich Juán dafür ausgedacht?

Auf den ersten Blick scheint sich diese Frage von der vorherigen nicht zu unterscheiden. Es gibt aber zwei grundsätzliche Unterschiede: Erstens weiß Juán, dass er es mit einem Lügner und einem, der immer die Wahrheit sagt, zu tun hat. Und zweitens?

4 In der Dorfwirtschaft

Hans ist inzwischen in Wahrhausen angekommen. In der Dorfwirtschaft, in der sowohl Wahrhausener als auch Lügdorfer ihr Bier trinken, kommt er am Abend mit den beiden Männern von der Straßengabelung – Heinrich und Albert – ins Gespräch.

»Bist du aus Wahrhausen?«, fragt er Heinrich.

Dieser hat sich gerade eine Handvoll Erdnüsse in den Mund geschoben und kann deshalb nicht antworten, sondern macht nur eine Handbewegung.

»Diese Geste bedeutet bei uns in der Gegend so viel wie Ja«, erklärt Albert. »Aber glaub dem nichts. Selbst wenn er nicht verbal kommuniziert, ist er ein notorischer Lügner.«

»Aha«, denkt Hans, »jetzt weiß ich, wer von den beiden aus Wahrhausen und wer aus Lügdorf kommt.«

5 Die Clans der Insel Lögnasann

Fritz Forscher ist Ethnologe und hat sich zur Aufgabe gemacht, das Geheimnis der Insel Lögnasann zu ergründen. Dort leben die beiden Clans der Sannalltid, deren Angehörige nur die Wahrheit sagen, und der Ljugablott, die immer lügen.

Die Angehörigen jedes Clans tragen karierte Beinkleider in den jeweiligen Clanfarben Rot-Grün und Schwarz-Gelb, doch bisher hat noch kein Fremder herausfinden können, welche Farbe zu welchem Stamm gehört. Doch Fritz Forscher hat das Glück, in einer Hafenkneipe auf Lögnasann das Gespräch zweier Einheimischer, einer in rot-grünen, der andere in schwarz-gelben Hosen, belauschen zu können.

Der mit der schwarz-gelben Hose behauptete: »Ich habe noch nie in meinem Leben gelogen!«

Worauf sein Gegenüber erwiderte: »Dann ist das deine erste Lüge!«

Fritz Forscher musste nur kurz überlegen, dann wusste er, welcher Clan auf Lögnasann welche Farbe trug.

6 Stammtisch

In der Dorfwirtschaft von Wahrhausen, in der ja bekanntlich Wahrhausener und Lügdorfer verkehren, wird Hans eines Abends eingeladen, sich an den Stammtisch zu setzen. Dort sitzen bereits sieben

Einheimische namens Alfred, Bernhard, Christoph, Dietmar, Erwin, Friedrich und Gisbert.

Hans möchte gerne herausfinden, wer von ihnen aus Wahrhausen und wer aus Lügdorf stammt. Auf seine diesbezügliche Frage bekommt er folgende Antworten:

Alfred: »Hier am Tisch sitzen fünf Wahrhausener und zwei Lügdorfer.«

Bernhard: »Nur zwei von uns sind Wahrhausener, die übrigen kommen aus Lügdorf.«

Christoph: »Bis auf einen sind wir alle aus Lügdorf.«

Dietmar: »Nur einer von uns ist aus Lügdorf.«

Erwin: »Vier von uns stammen aus Lügdorf.«

Friedrich: »An diesem Tisch sind die Wahrhausener mit einer Person in der Überzahl.«

Gisbert: »Keiner von uns kommt aus Wahrhausen.«

Alles klar, dachte Hans, denn er wusste jetzt, wer von den sieben Stammtischbrüdern aus Wahrhausen und wer aus Lügdorf kommt.

Irgendwann im Jahr 1987 irgendwo in Ostberlin: Ein Gast in einem Restaurant bestellt sich eine Tasse Kaffee, »mit Zucker, ohne Sahne«. Daraufhin die Kellnerin: »Sahne ist aus. Kann es auch ohne Milch sein?«

Die Antwort der Kellnerin erscheint uns paradox, und mit dem Paradoxen wollen wir uns zum Abschluss beschäftigen, mit Paradoxien und Paradoxa sowie mit Antinomien. Unter einer Paradoxie versteht man einen logischen Widerspruch in einer Aussage, der, obwohl augenscheinlich, zunächst nicht auflösbar ist. Paradoxien sind aber nur scheinbar paradox – sie beruhen meist auf einer vielfach bewusst fehlerhaften Beweisführung oder unzulässigen sprachlichen Argumentation – diese Fehler gilt es zu finden.

Auch ein Paradoxon ist ein nur scheinbar widersinniges Phänomen. Auch wenn es im Gegensatz zu der allgemei-

nen Erfahrung steht, dem sogenannten gesunden Menschenverstand, widerspricht es keineswegs den mathematischen oder naturwissenschaftlichen Gesetzen, sondern ist vielmehr mit diesen konform.
Wirklich paradox sind eigentlich nur die Antinomien, besagen sie doch, dass sowohl eine Aussage als auch ihr Gegenteil wahr sind bzw. wahr sein müssen bzw. wahr sein könnten …

7 Vererbte Kamele

Als ein Beduinenscheich (oder ein Mongolenkhan) stirbt, hinterlässt er seinen drei Söhnen 11 Kamele (oder 17 Pferde). Der erste Sohn soll die Hälfte, der zweite ein Viertel, der dritte ein Sechstel der Kamele (oder die Hälfte, ein Drittel und ein Neuntel der Pferde) erhalten. Die Söhne sind ratlos, denn sie sollten nach dem Willen des Vaters 5,5, 2,75 und 1,83 Kamele (bzw. 8,5, 5,67 und 1,89 Pferde) erhalten, was zusammen 10,08 Kamele oder 16,06 Pferde ergibt.

Doch dann kommt ein Derwisch auf seinem Kamel (oder ein Schamane auf seinem Pferd) vorbeigeritten und steht ihnen beim Teilen mit Rat und Tat beiseite. Wie ging die Teilung vonstatten?

8 Die Martinsgans

Zum Martinstag kauft Marianne Käfer in der Metzgerei eine Gans, für die sie 30 Euro bezahlt. »Gänse sind heute doch im Angebot«, wirft Metzgermeister Schöps der Verkäuferin vor, »und kosten nur 22 Euro.« Er nimmt 8 Euro aus der Kasse und schickt Lehrling Karlchen hinter der Kundin her. Dieser holt Frau Käfer auch ein und gibt ihr 5 Euro; die anderen 3 Euro behält er für sich. »So hat jeder seinen Schnitt gemacht«, freut er sich.

»Frau Käfer hat statt 30 Euro nur 25 Euro bezahlt, und ich habe 3 Euro gutgemacht.« Da er nicht auf den Kopf gefallen ist, kommt Karlchen aber bald ins Grübeln. »Die Gans hat 25 Euro gekostet. Zusammen mit meinen 3 Euro macht das 28 Euro. Nur … wo sind eigentlich die restlichen 2 Euro geblieben?«

9 Vatertagsausflug

Jedes Jahr am Vatertag machen Patrick, Fritz und Georg eine Wanderung, wozu jeder der drei etwas zu Trinken mitnimmt, auf dass sie auf dem Gipfel des Muggenkopfs, ihrem alljährlichen Ziel, miteinander anstoßen können. Doch beinahe wäre es zu einem tragischen Unglück gekommen: Georg rutscht aus und fällt drei Meter tief in ein Bachbett, und dabei gehen alle vier Flaschen Bier in seinem Rucksack zu Bruch.

»Macht nichts«, sagt Patrick, »ich habe fünf Flaschen eingepackt und Fritz hat drei dabei. Die teilen wir uns redlich.«

Das tun sie dann auch. Als sie sich am Abend auf dem Parkplatz am Fuße des Muggenkopfs trennen, gibt Georg den beiden anderen vier Euro. »Für das Bier. Teilt sie euch gerecht.«

Sie wollen zwar das Geld nicht annehmen, doch Georg besteht darauf.

»Wie teilen wir das Geld jetzt auf?«, fragt Fritz, nachdem Georg sich verabschiedet hat. »Ich hatte drei Flaschen und du fünf. Also stehen mir 1,50 Euro zu und dir 2,50.«

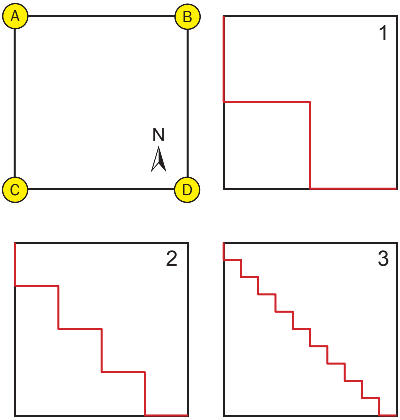
»Auf keinen Fall. Wenn wir wirklich gerecht teilen wollen, dann bekomme ich 3,50 Euro und du nur 50 Cent.«

Über diesen Vorschlag Patricks geraten sie in einen fürchterlichen Streit, und das ist das Ende einer wunderbaren Freundschaft.

Doch wer hat nun recht – Patrick oder Fritz?

10 Diagonal

Auf einem quadratischen Platz mit 100 m Seitenlänge wollen Sie von der Ecke A in die gegenüberliegende Ecke D gehen. Wenn Sie von A nach B und von dort nach D gehen, müssen Sie 200 m zurücklegen. Sie können aber auch (wie in Beispiel 1) von A 50 m nach Süden gehen, dann 50 m nach Osten, wieder 50 m nach Süden und noch einmal 50 m nach Osten. Dann sind sie ebenfalls bei D angelangt und haben 200 m zurückgelegt. In Beispiel 2 wechseln sie immer nach 25 m die Richtung, in Beispiel 3 nach jeweils 12,5 m. Welche Strecken legen sie dann zurück? Richtig! In beiden Fällen 200 m. Egal, wie klein sie die jeweilige Schrittweite wählen, Sie legen immer 100 m nach Süden und 100 m nach Osten zurück.



Wenn Sie so fortfahren und Ihre Schrittweite letztendlich gegen null geht, bewegen Sie sich auf einer Geraden, der Diagonalen, gehen aber noch immer 100 m nach Süden und

100 m nach Osten. Womit bewiesen wäre, dass die Diagonale eines Quadrats gleich seiner doppelten Seitenlänge ist. Oder etwa doch nicht?

11 Der Beweis

Es seien x und y beliebige ganze Zahlen.

1 $x = y$
2 ***Mit y multiplizieren:*** $xy = y^2$
3 x^2 ***subtrahieren:*** $xy - x^2 = y^2 - x^2$
4 ***In Faktoren zerlegen:*** $x(y - x) = (y + x)(y - x)$
5 ***Durch*** $y - x$ ***dividieren:*** $x = y + x$
6 ***Wegen 1)*** $x = y$ ***gilt:*** $y = y + y$ ***oder*** $y = 2y$.

Womit bewiesen wäre, dass jede ganze Zahl gleich ihrem Zweifachen ist, beispielsweise also $1 = 2$ gilt. Weiter lässt sich zeigen dass $1 = 0$ ist:

1 ***5) durch x dividieren:*** $x/x = y/x + x/x$ ***oder*** $1 = y/x + 1$
2 ***1 subtrahieren:*** $0 = y/x$
3 ***Wegen 1)*** $x = y$ ***gilt:*** $0 = y/y$ ***oder*** $0 = 1$.

Da oben gezeigt wurde, dass jede ganze Zahl gleich ihrem Zweifachen ist, gilt weiter: $0 \times 2 = 1$ oder $0 = ½$. Aus 6) folgt dann sofort: $0 = ½ = 1 = 2 = \ldots$
Oder sehen Sie das anders?

12 Schwarze Raben

Alle Raben sind schwarz. Folglich sind alle nicht schwarzen Objekte keine Raben. Ein blauer Wildlederschuh ist kein Rabe, beweist also die Aussage, dass alle Raben schwarz sind. Gibt es Einwände?

13 Alle Kreter lügen

Auf den griechischen Priester Epimenides (Ende des 7. Jh. v. Chr.) geht eines der bekanntesten logischen Paradoxa zurück. Epimenides, selbst gebürtiger Kreter und wohnhaft in Knossos, sagte sinngemäß: »Alle Kreter lügen.«

Die Frage ist nun, ob Epimenides lügt, wenn er sagt, dass alle Kreter lügen. Denn wenn er die Wahrheit sagt, dann lügt er, und kann folglich nicht die Wahrheit sagen. Wenn er aber lügt, dann sagt er die Wahrheit, was uns zu dem Schluss kommen lässt, dass Epimenides, der Kreter, gleichzeitig lügt und nicht lügt. Wegen des Satzes vom ausgeschlossenen Dritten, der besagt, dass eine Aussage gilt oder nicht gilt und eine dritte Möglichkeit nicht besteht, ist dies jedoch nicht möglich. Wir haben also ein klassisches Paradoxon vorliegen. Oder vielleicht doch nicht?

14 Stubenhocker

»Ich verlasse mein Haus nicht mehr«, sagte Herr H., »seit mir bewusst ist, dass es unmöglich ist, von einem Punkt A zu einem Punkt B zu kommen.«

»Wieso das denn?«, fragte Herr S. erstaunt.

»Ganz einfach. Stellen Sie sich vor: Zwischen A und B müssen Sie zunächst die Hälfte der Strecke zurücklegen, dann von der restlichen Hälfte wiederum die Hälfte, vom verbleibenden Rest ebenfalls die Hälfte, und so weiter … Da die Hälfte einer Strecke – und sei sie auch noch so klein – nie gleich null sein kann, geht das Ganze ad infinitum, bis ins Unendliche. Deshalb kommen Sie nie bei B an.«

»Das klingt zwar logisch, aber Tatsache ist: Ich bin doch hier, und vor einer Stunde war ich noch bei mir zu Hause.«

»Tja«, sagte Herr H., »das ist der springende Punkt – die Erfahrung widerspricht der Logik.«

Doch wo liegt das Problem eigentlich?

15 Rechtsstreit

Der griechische Philosoph Protagoras hatte einst einen Schüler, den er in Rechtskunde unterrichtete. Das Unterrichtshonorar, so wurde vereinbart, müsse der Schüler erst dann entrichten, wenn er vor Gericht seinen ersten Fall gewonnen hätte.

Als nach Jahren Protagoras immer noch auf sein Geld wartete, weil sein ehemaliger Schüler den Beruf des Rechtskundigen überhaupt nicht ausübte und daher auch keinen Streitfall gewinnen konnte, drohte er mit einer Klage vor Gericht. Würde das Gericht den früheren Schüler zur Zahlung des Honorars verurteilen, müsse er zahlen. Wenn das Gericht die Klage aber abwiese, hätte er seinen ersten Fall gewonnen und müsse gemäß ihrer Vereinbarung ebenfalls zahlen. Unabhängig davon, zu welchem Urteil das Gericht in diesem Fall käme, so argumentierte Protagoras, müsse er zahlen.

Doch mit den gleichen Argumenten vertrat der Schüler die Ansicht, dass er keinesfalls zu zahlen brauche. Denn sollte ihn das Gericht zur Zahlung verurteilen, hätte er den Prozess verloren und die Bedingung des Vertrags, erst nach einem gewonnenen Rechtsstreit zahlen zu müssen, wäre nicht erfüllt. Sollten ihm die Richter aber recht geben, bräuchte er aus diesem Grund ebenfalls nicht zu bezahlen.

Wer von den beiden, Protagoras oder sein ehemaliger Schüler, hat nun recht?

16 Die Ausnahme von der Regel

Unabhängig davon, ob »Keine Regel ohne Ausnahme« eine Regel ist oder nicht, gibt es Regeln ohne Ausnahme. Oder?

17 Der Barbier

In dem kleinen walisischen Dorf Trelleck, zufälligerweise der Heimatort von Bertrand Russell, wohnte einst ein Barbier, der zwecks Ankurbelung des Geschäfts mit einem Plakat im Schaufenster seines Friseurladens warb: »Ich rasiere jeden im Dorf, der sich nicht selbst rasiert.«

Die Frage eines Kunden »Und Sie selbst? Wer rasiert Sie?« stürzte den Barbier in tiefe Depressionen.

18 Mengenmäßig

Zu welcher Menge gehört die Menge der Mengen, die sich nicht selbst als Element enthalten?

Es lässt sich leicht zeigen, dass eine Menge M stets kleiner ist als die Menge N ihrer Teilmengen.
Wenn M = {♣,♠,♥}, dann ist N = {{♣,♠,♥}, {♣,♠}, {♣,♥}, {♠,♥}, {♣}, {♠},{♥}, {}}, enthält einschließlich der leeren Menge {} also neun Elemente.

19 Teilmengen

Demzufolge müsste die Menge M aller Mengen kleiner sein als die Menge N ihrer Teilmengen. Oder?

1 Wörtliches und Verschlüsseltes

1

1 ***Ulme, Espe, Linde:*** Laubbäume

2 ***Zypresse, Sagopalme, Lärche:*** Bäume

Zypresse und Lärche gehören als Nadelbäume zu den Nacktsamern, die Sagopalme ist ein einkeimblättriger Bedecktsamer. Botanisch gesehen wäre der Oberbegriff hier Samenpflanzen.

3 ***neben, oben, hinter:*** Raumbegriffe

4 ***Liebe, Eifersucht, Hoffnung:*** (seelische) Empfindungen

Gefühle als Oberbegriff wäre hier nicht ganz zutreffend – Hoffnung ist eigentlich eine Erwartung, weniger ein Gefühl.

5 ***Schlauch, Makkaroni, Blasrohr:*** röhrenförmige Hohlkörper

6 ***Maikäfer, Wasserfloh, Hornisse:*** Gliederfüßer

Insekten wäre hier falsch. Wasserflöhe sind Krebstiere und keine Insekten.

7 ***Schraube, Zange, Feile:*** Eisenwaren

Verfehlt wäre Werkzeuge – eine Schraube ist kein Werkzeug im eigentlichen Sinn.

8 ***Triton, Europa, Venus:*** mythologische Gestalten ***oder*** Himmelskörper

Triton, Europa und Venus sind Gestalten aus der griechischen bzw. römischen Mythologie. Nach ihnen wurden auch Himmelskörper benannt: der Neptunmond Triton, der Jupitermond Europa und der Planet Venus.

2

1 ***Zapfsäule : Tank = Kaffeemaschine :*** Tasse

2 ***Salat : Beet = Mais :*** Feld

3 ***Papier : schneiden = Brett :*** sägen

4 ***klein : riesig = groß :*** winzig

5 ***Mosel : Rhein = Isar :*** Donau

6 ***groß : klein = rot :*** nicht rot

Als Gegenteil von groß kann durchaus klein gelten, aber was ist das Gegenteil von rot? Nicht rot – aber keinesfalls grün, auch wenn es dem alltäglichen Sprachgebrauch widerspricht.

3

1 ***Auto : Straße = Zug : Gleis***

2 ***Tür : Fenster = Nelke : Rose oder Koriander***

Hier haben wir ein Beispiel für die Nichteindeutigkeit der Vorgabe: Nelke kann sowohl eine Blume als auch ein Gewürz sein.

3 ***schmal : breit = tief : flach oder hoch***

Ein Meer, das nicht tief ist, ist flach, und nicht hoch. Auch ein nicht tiefes Tal ist nicht hoch, sondern flach. Andererseits ist ein Berg, der nicht hoch ist, wohl eher ebenfalls flach. Wenn Sie sich aber für hoch entschieden haben: Auch das ist akzeptabel – Sprache ist eben einfach mehrdeutig

4 ***Zeit : Meter = Sekunde : Länge***

Die Sekunde ist die Maßeinheit für die Zeit, das Meter ist es für die Länge.

5 ***Malerei : Farbe = Musik : Ton***

4 Das »unpassende Wort« unterscheidet sich von den anderen nicht durch inhaltliche Kriterien, sondern allein dadurch, wie es »optisch daherkommt«:

1 ***Alle vier Seen liegen in Bayern. Der Staffelsee hat jedoch zehn Buchstaben, die anderen nur neun.***

2 ***Braunschweig hat nur zwei Silben, die andern drei Städte jeweils vier.***

3 ***Bei den Flüssen Kinzig, Weser und Unstrut ist in beiden Silben der Vokal der gleiche, nicht so beim Neckar.***

5

1 ***darauf***

vor, unter, neben sind Präpositionen, *darauf* ist ein Adverb. »Etwas liegt vor, unter oder neben dem Tisch«, aber »Etwas liegt darauf dem Tisch« ist ganz offensichtlich nicht ganz richtig.

2 ***zumuten***

Auch wenn ein Angebot, eine Empfehlung oder ein Vorschlag eine Zumutung sein kann, hat *zumuten* eine grundsätzlich andere Bedeutung als *anbieten, empfehlen* oder *vorschlagen.*

3 ***einfallen***

Wenn man *grübelt, nachdenkt* oder *überlegt*, kann einem etwas *einfallen*, muss aber nicht.

4 ***Tabak***

Auch wenn *Tabak* gelegentlich als Kraut bezeichnet wird, ist er kein Gemüse. Man könnte hier allerdings auch sagen, dass die *Gurke* das Kuckucksei ist, denn sie ist ein Kürbisgewächs, während *Tomate, Paprika* und *Tabak* zu den Nachtschattengewächsen zählen.

5 ***besorgt***

Wenn man etwas *behutsam, vorsichtig* oder *bedächtig* tut, muss man nicht *besorgt* sein. Damit wird lediglich eine Vorgehensweise beschrieben. Besorgt drückt dagegen eine bestimmte Erwartung aus.

6 ***Broschüre***
Journal, Zeitschrift und *Magazin* sind (meist periodisch erscheinende) Druckerzeugnisse – Zeitschriften im weiteren Sinn. Eine *Broschüre* ist ein geheftetes oder verleimtes Druckwerk beliebiger Art.

6

1 ***Blatt – Zweig – Ast – Stamm***
2 ***Buch – Seite – Abschnitt oder Kapitel – Zeile***
3 ***Nagel – Daumen – Hand – Arm***
4 ***Strom – Fluss – Bach – Rinnsal***
5 ***Satz – Wort – Silbe – Buchstabe***
6 ***Körper – Fläche – Linie – Punkt***
7 ***Manhattan – New York – New York – USA***

Die letzte Frage war etwas tricky: Manhattan ist ein Stadtteil der Stadt New York, die im Bundesstaat New York in den Vereinigten Staaten liegt.

7 Ersetzen Sie das X einfach durch eine 8 und versuchen Sie es noch einmal.

8 Insgesamt gibt es 40 Möglichkeiten, ein Wort in einer 3 × 3-Matrix zu »verstecken«. Anfangs- bzw. Endfelder können nur die Eckfelder bzw. das Feld in der Mitte sein; anderenfalls ergibt sich kein geschlossener Linienzug durch alle neun Felder. Die Lösungen lauten: Angelrute – Flachdach – Camembert – idyllisch – Galadiner – Intuition – Mondsonde – Kommissar

L	R	U
E	E	T
G	N	A

F	C	A
L	H	D
A	C	H

M	B	E
E	C	R
M	A	T

M	M	I
O	S	S
K	A	R

S	I	I
C	L	D
H	L	Y

D	I	R
A	N	E
L	A	G

I	O	N
N	I	T
T	U	I

N	D	M
O	E	O
S	D	N

9 Die gesuchten Wörter sind Fingerfertigkeit – Sonnenfinsternis – Trittbrettfahrer – Abteilungsleiter.

T	I	I	N
K	E	F	G
G	R	E	E
I	T	F	R

E	N	F	I
N	N	S	N
S	O	T	E
S	I	N	R

A	F	T	T
H	R	I	E
R	T	T	R
E	R	T	B

E	R	T	B
T	I	E	A
L	E	I	L
S	G	N	U

10

1. ***Analogie: Gleichartigkeit, wenngleich man Ähnlichkeit ebenso durchgehen lassen könnte.***
2. ***seltsam: eigenartig***
3. ***Widersinnigkeit: Absurdität***
4. ***larmoyant: weinerlich; rührselig ginge ebenfalls.***
5. ***Regel: Grundsatz. Da das Wort Regel mehrere, leicht verschiedene Bedeutungsinhalte hat, wären auch Vorschrift oder Gepflogenheit durchaus zutreffend.***

11 Lösungsvorschläge wären ARENA – ASANT – ATZEN – BESEN – BEIZEN – ERNTE – GEBET – GETAN – GRENZE – KRANZ – RASANT – RASANZ – RENATE – RENTE – SEGEN – SENAT, vielleicht haben Sie auch noch weitere Wörter gefunden.
Asant, auch Teufelsdreck genannt, ist übrigens eine Krautpflanze asiatischer Salzsteppen, die als Arzneigrundstoff und in Indien als Gewürz benutzt wird.

12

M	V	A	L	E	T	T	A	M	L	O	H	K	C	O	T	S	N
E	I	T	C	K	C	R	A	S	D	U	O	C	W	L	S	I	A
U	L	E	H	I	B	D	U	N	T	E	X	L	I	B	E	R	I
A	N	D	O	R	R	A	I	E	A	M	L	E	O	A	P	A	S
H	I	O	J	E	U	O	S	R	G	J	U	R	M	N	A	P	O
C	U	K	T	D	E	L	G	N	D	O	L	I	B	B	D	E	K
S	S	S	R	X	S	B	A	D	S	A	S	B	A	D	U	O	I
R	M	A	O	L	S	O	P	N	O	A	M	E	U	I	B	R	N
A	T	H	E	N	E	A	M	V	S	P	L	R	O	J	N	T	G
W	E	I	K	R	L	I	S	S	A	B	O	N	U	H	L	I	P

13 Die Sätze 4 und 5 brachten Fritz Forscher auf die Idee, dass oëfta »Ei« und »oëftax« Eier heißt und dass der Plural durch Anhängen von -x gebildet wird. Nach Satz 3 sollte palmaëto »Katze« und »nifbuta« Maus bedeuten, gizmikas demnach »fangen« (in der 3. Person Plural) heißen. Da baana »ist« (Satz 2) und baanas »sind« (Satz 5) bedeuten, schloss Fritz, dass der Infinitiv, also »sein«, wohl baan heißt und gizmik der Infinitiv von »fangen« ist. Weiter schloss er, dass niam »haben« und grumtor »essen« bedeuten und die Verbbildung durch Anhängen von -o und -a (in der 1. und 3. Person Singular) bzw. von -as (in der 3. Person Plural) erfolgt. Nachdem er herausgefunden hatte, dass adlufta »Hunger«, palzirk »nahrhaft« und eltsupf »daheim« bedeutet, war ihm klar, dass mirdalo-ot mit »meine Frau« zu übersetzen ist, wobei »mein« durch das Possessivpronomen-Suffix ot dargestellt wird. Dass ke ein Verneinungspräfix ist, war für Fritz dann folgerichtig, und er konnte Palmaëto-ot ke-grumtora oëftax mit »Meine Katze isst keine Eier«, Mirdalo-ot ke-gizmaka nifbutax mit »Meine Frau fängt keine Mäuse« und Gytsum palmaëto ke-baana eltsupf, nifbutax aranidas mit » Wenn die Katze nicht daheim ist, tanzen die Mäuse« übersetzen.

14 Die Mitteilung auf dem Zettel lautet: KOPFLOSE LEICHE IM PARK – FRISEUR VERHAFTET.
Wenn Sie diese Nachricht als SMS versenden wollten, müssten Sie genau diese Tasten drücken (zweimal die 5 für das K, dreimal die 6 für das O usw.), natürlich jeweils mit der Eingabetaste danach.

15 Die Schlagzeile lautet: WILDSCHWEIN DURCH ERSCHIESSEN VOR DEM ERTRINKEN GERETTET

16

924	+	59	=	983
:		+		–
14	+	422	=	436
66	+	481	=	547

17

203	–	194	=	9
+		–		×
56	:	7	=	8
259	–	187	=	72

An dieser Stelle sei als Beispiel für diese, die vorige und ähnliche Aufgaben kurz der Lösungsweg skizziert, wobei die blau und fett gedruckten Ziffern jene der codierten Aufgabe sind.
Aus Spalte 1, 10er-Stellen, folgt **2** = 0. Dann ist wegen Zeile 1, 10er-Stellen, **5** = 9. Aus Spalte 2 folgt damit **0** = 8, Wegen Spalte 3 ist **91** = **5** × **0** = 72, also **9** = 7 und **1** = 2. Laut Zeile 2 ist dann **78** : **7** = **8**, also **7** = 5 und **8** = 6. **6** muss 4 sein (wegen Spalte 2, 1er-Stellen) und **3** demnach 3 (Zeile 1, 1er-Stellen). Bleibt noch: **4** = 1 laut Zeile 1, 100er-Stellen.

18 Die Lösung sollte nicht schwer zu finden sein. Ist die Summe von zwei vierstelligen Zahlen eine fünfstellige Zahl, muss die erste Ziffer der Summe (= **M**) eine 1 sein. Also ist die erste Ziffer von **MORE** eine 1. Dann muss aber **S** (in **SEND**) mindestens eine 8 sein und **O** in MONEY demnach eine 0. Da das **O** in **MORE** ebenfalls eine 0 ist, muss …

9567
1085
10652

Es sollte keine Probleme machen, mit dieser Vorgehensweise die übrigen Ziffern zu erschließen.

19 Wenn die Summe A + B + C der drei vierstelligen Zahlen fünfstellig ist, dann kann E nur 1 oder 2 sein. Bei der Summe B + C + A der Einerstellen muss die letzte Ziffer D kleiner als E sein und somit 0 oder 1. Der Übertrag in die Spalte der Zehnerstellen ist E, also 1 oder 2. Es ist dann $3 \times A + E = XA$ mit $X = 1$ oder $X = 2$ als Übertrag für die Hunderterstellen. Für $E = 1$ hat diese Gleichung keine Lösung, es muss also gelten $3 \times A + 2 = XA$. Damit ist $E = 2$ und $D = 1$, und für A kommen nur die Ziffern 4 oder 9 infrage. Der Übertrag X wäre im ersten Fall 1, im zweiten 2. Für Hunderterstellen kommen dann nur die beiden Fälle in Betracht: $YB = B + C + D + 1 = B + C + 2$ oder $YB = B + C + D + 2 = B + C + 3$. Im ersten Fall wäre $C = 8$, im zweiten 7. Aus den Einerstellen folgt dann $B + 8 + 4 = 21$ oder $B = 9$ bzw. $B + 7 + 9 = 21$ oder $B = 5$. Durch Einsetzen sieht man schnell, dass beide Möglichkeiten die Vorgabe erfüllen, es also zwei Lösungen gibt:

$$\begin{array}{r} 4949 \\ 8848 \\ +\ 9144 \\ \hline 22941 \end{array} \quad \text{und} \quad \begin{array}{r} 9595 \\ 7797 \\ +\ 5199 \\ \hline 22591 \end{array}$$

20 Im Dezimalsystem kann diese Rechnung natürlich nicht stimmen – aber im Binärsystem ist sie korrekt. Auf dem Papier funktioniert die Addition im Binärsystem übrigens genau so wie im Dezimalsystem: Ist die Summe einer Spalte 1, dann steht in der Ergebniszeile die 1. Ist sie 2, dann, kommt eine 0 in die Ergebniszeile und es erfolgt ein Übertrag von 1 (»behalte 1«) in die Spalte davor. Ist die Summe 3, ist das Ereignis eine 1, und es erfolgt ebenso ein Übertrag von 1 …

$$\begin{array}{cccccc} & & 1 & 0 & 1 & 0 \\ & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ & & 1 & 1 & 0 & 1 \\ \hline 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{array}$$

21 A = 9, B = 1, C = 0, D = 8, E = 2, F = 4, G = 2, H = 6:

$$\mathbf{99 + 9 = 108}$$
$$\mathbf{(12)^2 = 144}$$
$$\mathbf{4 \cdot 3^2 = 36}$$
$$\mathbf{100 - 9 = 91}$$

22 Die Erklärung des Lösungswegs ist etwas umfangreicher; wie man die fehlenden Ziffern der Multiplikationsaufgabe erschließt, soll aber nicht vorenthalten bleiben. Vorab zur Erinnerung: Multiplikand × Multiplikator = Produkt. Die erste, zweite und dritte Multiplikationszeile werden der Einfachheit halber als Zeile A, B und C bezeichnet.

1. Die letzte Zahl von Zeile A ist die 5. Das ist nur möglich, wenn sowohl die letzte Ziffer des Multiplikanden als auch die erste Ziffer des Multiplikators ungerade sind und mindestens eine davon eine 5 ist. Die erste Ziffer des Multiplikators muss aber kleiner als 5 sein, denn 5 × 2XX ergibt eine vierstellige Zahl. Es kommt hier nur die 1 oder die 3 infrage. Andererseits muss die letzte Ziffer des Multiplikanden dann die **5** sein.

2. Zeile B kann maximal 2655 sein, wenn man annimmt, dass der Multiplikand 295 und die zweite Ziffer des Multiplikators die 9 ist. Demnach ist die erste Ziffer von Zeile B eine 1 oder eine 2. Daraus folgt, dass die erste Ziffer des Produkts eine **1** ist. Sie ist der Übertrag der Addition der ersten Ziffern der Zeilen A und B, welche nur eine Zahl zwischen 10 und 19 sein kann.

3. Wäre die erste Ziffer des Multiplikators eine 1, müsste die erste Ziffer von Zeile A eine 2 sein. Die Summe der ersten Ziffern von Zeile A und B wäre dann kleiner als 10, da ein möglicher Übertrag von der Summe der zweiten Ziffern maximal 2 sein kann. Also ist die erste Zahl des Multiplikators die **3**.

4. Da die zweite Ziffer in Zeile B die 9 ist und Zeile B maximal 2655 sein kann, muss die erste Ziffer dieser Zeile die **1** sein.

5. Der Multiplikand ist maximal 295, und wegen 3 × 295 = 885 ist die erste Ziffer von Zeile A maximal 8.

6. Wegen der dreistelligen Zeile C muss die letzte Ziffer des Multiplikators kleiner als 5 sein, er selbst kann demnach maximal 394 betragen. Da 394 × 245 nur eine fünfstellige Zahl ergibt, muss die zweite Ziffer des Multiplikanden mindestens 5 sein. Daraus folgt sofort, dass die letzte Ziffer des Multiplikators auch keine 4 sein kann, da 4 × 255 vierstellig ist.

7. Für den Multiplikanden haben wir jetzt also fünf Möglichkeiten (255, 265, 275, 285 oder 295), für die letzte Ziffer des Multiplikators drei (1, 2 oder 3). Damit ergeben sich für Zeile C folgende Möglichkeiten:

	× 1	× 2	× 3
255	255	510	765
265	265	530	795
275	275	550	825
285	285	570	855
295	295	590	885

8. Da nur 1 × 285 und 3 × 295 eine 8 in der zweiten Ziffer des Ergebnisses haben, ist die letzte Ziffer des Multiplikators demnach eine 1 oder eine 3, die zweite des Multiplikanden eine 8 oder eine 9. Unabhängig davon ist die erste Ziffer von Zeile A eine 8, die zweite die 5 oder die 8.
9. Bei der Addition der zweiten Ziffer von Zeile A (5 oder 8) und der zweiten von Zeile B ergibt sich ein Übertrag von 1. Daraus folgt, dass die zweite Ziffer des Produkts die 0 ist.
10. Zeile B ist eine Zahl zwischen 1900 und 1999. Dividieren wir diese beiden Zahlen durch 295 erhalten wir 6,440… bzw. 6,776… Da zwischen diesen Werten keine ganze Zahl liegt, kann 295 nicht der Multiplikand sein. Dieser muss demnach 285 sein. 1900 und 1999 dividiert durch 285 ergibt 6,666… und 7,014… Die zweite Ziffer des Multiplikators ist folglich die und die Zahl in Zeile B demzufolge 7 × 285 = 1995.
11. Die Zahl in Zeile C ist also die 285, die dritte Ziffer des Multiplikators die 1. und damit haben wir auch das Produkt: 285 × 371 = 105735.
Die Lösung lautet demnach:

2	8	5	×	3	7	1
		8	5	5		
		1	9	9	5	
				2	8	5
	1	0	5	7	3	5

23 Die Entschlüsselung dieses Codes bedarf einer gewissen Tüftelei. Am besten, man geht nach dem Ausschlussverfahren vor: Der Multiplikator kann nicht 1 sein, da ansonsten Multiplikator und Produkt gleich wären. Er kann auch nicht 5 sein, da die Multiplikation mit 5 ein Produkt ergibt, dessen letzte Ziffer entweder eine 0 – diese kommt nicht vor – oder wiederum eine 5 ergibt. Mit dieser Vorgehensweise sollte man schließlich auf die Lösung kommen.

1	7	×	4
		6	8
	+	2	5
		9	3

24 Die Lösung dieser Aufgabe funktioniert im Prinzip wie die der Multiplikationsaufgabe 22. Daher sei auf die detaillierte Beschreibung des Lösungswegs verzichtet:

```
1 0 0 2 0 3 1 6 : 1 2 4 = 8 0 8 0 9
  9 9 2
    1 0 0 3
      9 9 2
        1 1 1 6
        1 1 1 6
              0
```

25 Es gibt nur eine Möglichkeit; bei dieser beträgt die Summe 14: Das rote Dreieck steht für die 1, der grüne Kreis für die 2, das blaue Quadrat für die 3 und die schwarze Raute für die 4.

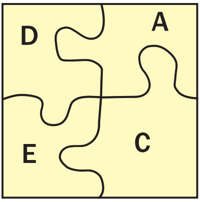
26 Es sind die Zahlen 18 und 26. Darauf kommt man ganz problemlos, wenn man sich klarmacht, dass die Summe der Zeilen gleich der Summe der Spalten ist. Man kann darauf verzichten herauszufinden, welche Zahlen den jeweiligen Symbolen entsprechen.

5	2	7	5	19
5	4	2	7	18
2	5	5	4	16
4	7	7	2	20
16	18	21	18	

3	8	9	6	26
9	3	6	9	27
8	3	9	6	26
3	6	3	9	21
23	20	27	30	

2 Puzzliges

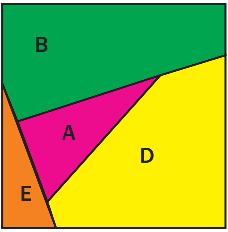
1 Teil B gehört nicht dazu.
Zuerst sollte man sich klarmachen, dass es die Teile E und C nicht sein können, da ansonsten die Gesamtzahl der Ein- und Ausbuchtungen unterschiedlich wäre, was nicht sein kann. Diese Erkenntnis erleichtert das Drehen und Zusammensetzen im Geiste kolossal.



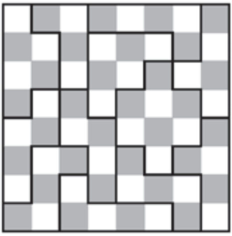
2 Figur B, um etwa 20 Grad im Uhrzeigersinn gedreht, ergänzt die gelbe Figur zu einem Quadrat.

3 Da bei allen vier Quadraten das linke obere Feld schwarz ist, lässt sich die Aufgabe nur lösen, wenn man das eine der gesuchten um 90 oder 270 Grad dreht, was man durchaus im Geiste bewältigen kann. Dann muss man nur noch die Eckfelder mit miteinander vergleichen, um herauszubekommen, dass sich das linke obere und das rechte untere Quadrat, jenes um 90 Grad im Uhrzeigersinn gedreht, zu einem schwarzen Quadrat ergänzen.

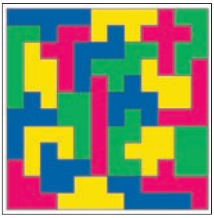
4 Teil C bleibt übrig.



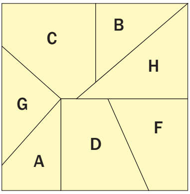
5 Es gibt nur diese eine Lösung.



6 In diesem Fall gibt es möglicherweise mehrere Lösungen. Hier ist eine davon.

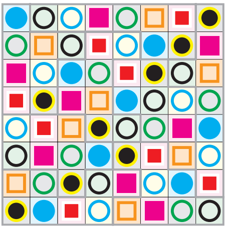


7



Teil **E** bleibt übrig.

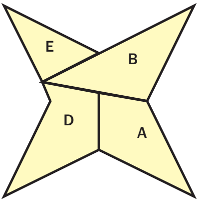
8



9 Hier sehen Sie eine von insgesamt 37 824 800 Möglichkeiten:

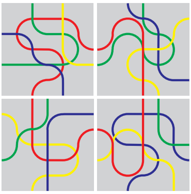
-,10	-,20	-,02	1,--	2,--	-,01
-,02	-,10	-,20	-,01	1,--	2,--
-,01	1,--	2,--	-,02	-,10	-,20
2,--	-,01	1,--	-,20	-,02	-,10
1,--	2,--	-,01	-,10	-,20	-,02
-,20	-,02	-,10	2,--	-,01	1,--

10 Teil **C** bleibt übrig. Teil A muss um 30 Grad, Teil B um 90 Grad, Teil D um 120 Grad und Teil E um 270 Grad gedreht werden, alle gegen den Uhrzeigersinn.

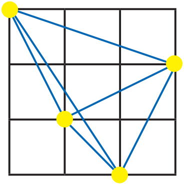


11 Figur 1 lässt sich aus den Teilen D, 2 aus den Teilen G, 3 aus den Teilen C und 4 aus den Teilen F zusammensetzen.

12 Mit den roten Linien lässt sich ein geschlossener Linienzug bilden.

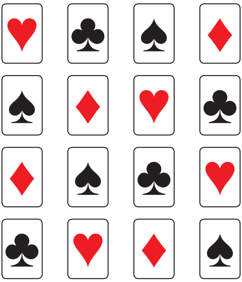


13

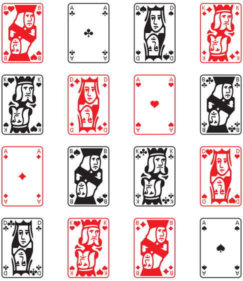


Eine mögliche Lösung ist links abgebildet.

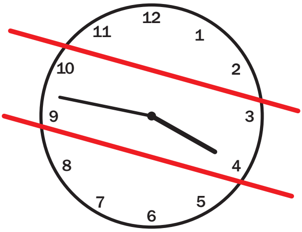
14 Eine Lösungsmöglichkeit ist:
Schreiben oder malen Sie in die Diagonale von links oben nach rechts unten die Farben Herz, Karo, Kreuz und Pik sowie links neben das Kreuz Pik. Damit sind die beiden anderen Pik bereits festgelegt. Das zweite Herz muss auf der Diagonale von rechts oben nach links unten in der zweiten Zeile liegen, die anderen Herz liegen damit auch fest. Aus dieser Anordnung ergeben sich die Positionen der restlichen Kreuz und Karo zwangsläufig. Damit wären die Farben festgelegt, denen noch die Kartenwerte zugeordnet werden müssen.



Man beginnt mit dem Herz links oben mit einem beliebigen Wert, etwa einem Buben. Von dort geht man im Rösselsprung (analog der Bewegung des Springers im Schachspiel) zum nächsten möglichen Feld (Herz), auf die gleiche Weise weiter zu Kreuz und dann zu Karo. Damit sind die restlichen drei Buben festgelegt. Mit dem König verfährt man, ausgehend vom Karo rechts oben, analog, ebenso mit dem Ass vom Pik rechts unten. Damit ist dann auch die Position der Damen festgelegt. Voilà.

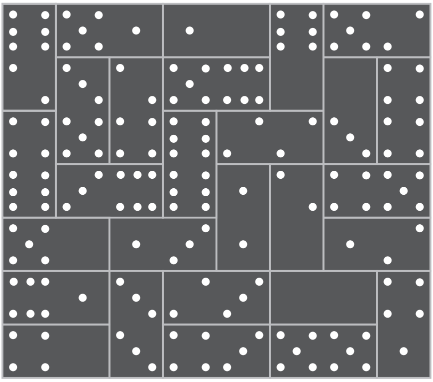


15 Die beiden roten Linien teilen das Zifferblatt in drei Teile, in denen die Summe der Zahlen jeweils 26 beträgt.
Zwischen 3:45 und 3:50 Uhr (wie in der Abbildung) oder zwischen 9:15 und 9:20 Uhr teilen großer und kleiner Zeiger das Zifferblatt so in zwei Hälften, dass die Summe der Zahlen in beiden Teilen gleich ist.



16 Eine (von mehreren) Lösungen ist:

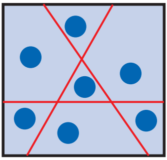
17 Die Lösung ist bedeutend einfacher, wenn man weiß, dass z. B. der 3/2-Stein normalerweise wie der Stein A und nicht wie Stein B aussieht.



A

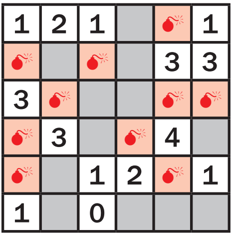
B

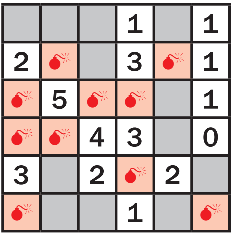
18 Prinzipiell gibt es nur eine Lösung:



19 Figur E lässt sich mit den vorgegebenen Steinen nicht legen.

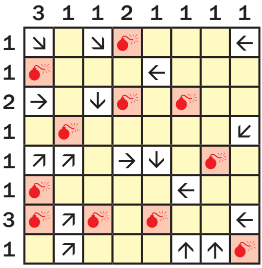
20 Es sind jeweils zehn Minen versteckt.

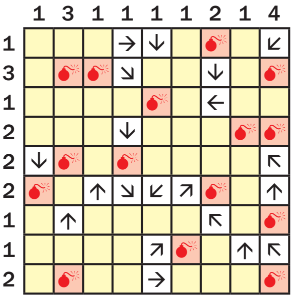




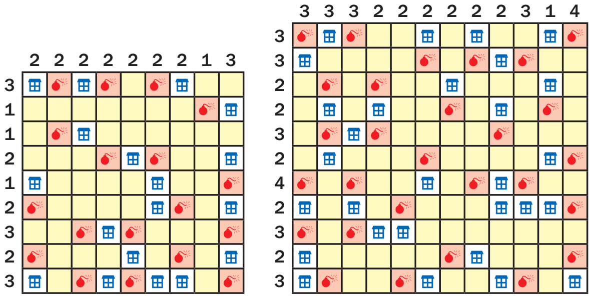
Falls Ihnen diese Minensuchaufgabe bekannt vorkam: Es ist im Prinzip nichts anderes als das Spiel »Minesweeper«, das den Windows-Betriebssystemen beigegeben ist. Bemerkenswerterweise fanden unsere Testpersonen die Papierversion schwieriger als die Computervariante, was vermutlich damit zusammenhängt, dass im Buch ein minenfreies Feld nicht aufpoppt, wenn man es anklickt.

21

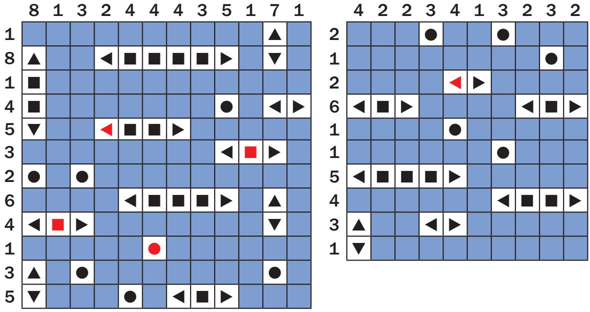




22

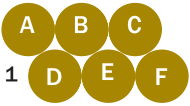


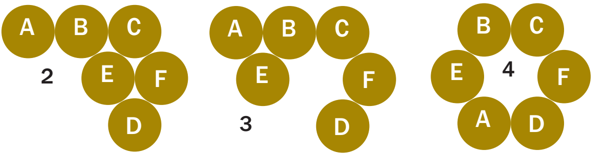
23



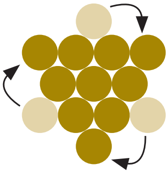
24 Die Reihenfolge der Spielsteine, die Sie verschieben müssen, um mit möglichst wenigen Zügen zur Grundanordnung zu kommen, ist 8–4–6–8–4–2–7–6–8–1–3–5–6–8–2–4–1–2–5–6.

25 Man benötigt vier Züge.



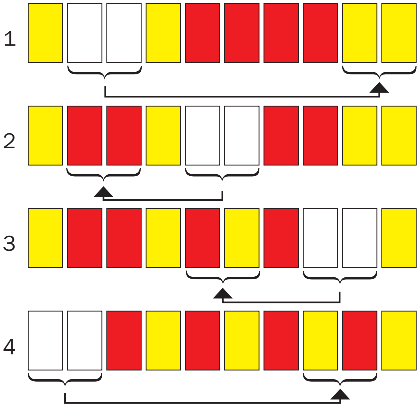


26 Man muss lediglich die drei Eckmünzen verschieben.



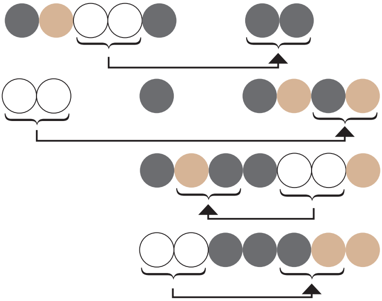
27 Die Felder seien von links nach rechts von 1 bis 7 nummeriert. B–4 bedeutet, dass Stein B auf das Feld 4 zieht bzw. springt. Für die Aufgabenstellung a) ist die Lösung: C–4, X–3, Y–5, C–6, B–4, A–2, X–1, Y–3, Z–5, C–7, B–6, A–4, Y–2, Z–3 A–5. Man benötigt somit 15 Züge. Für die Aufgabenstellung b) braucht man zehn Züge mehr: Y–4, Z–2, X–3, Z–1, Y–2 bzw. B–4, A–6, C–5, A–7, B–6.

28



29 18 Züge: C–D–E–A–D–C–B–D–A–E–C–A–D–B–A–C–E–D.

30 Die Aufgabe ist mit vier Zügen lösbar.



31 Das Symbol × soll für überspringen bzw. schlagen stehen: E×H, E×J, E×C, E×A, F×B, G×D, F×G, E×F.

32 Die 18 Felder, auf die die Steine ziehen können, sind mit a1 bis a9, b1 und b2 sowie c2 bis c8 bezeichnet. Dann bedeutet beispielsweise die Notation G–c7: Der Stein mit dem Buchstaben G zieht auf das Feld c7.

a1	a2	a3	a4	a5	a6	a7	a8	a9
	b2						b8	
	c2	c3	c4	c5	c6	c7	c8	

Und hier die Lösung: G–c7, F–c8, H–b8, E–a9, A–a1, B–a2, C–a3, D–a4, H–a5, F–a6, G–a7, E–c4, G–a9, F–c5, G–c8, H–b8, D–a9, H–a4, G–a8, H–a7, C–a6, B–a3, A–c2, B–b2, C–a1, B–a6, A–a5, C–a4, X–a1, C–a2, A–a3, B–a4, H–a5, G–a6, D–c6, G–c7, H–c8, B–a9, A–a8, C–a7, E–a6, F–a5, D–a4, X–c3, D–a1, F–c2, E–b2, D–a6, E–a5, F–a4, X–a1, G–a2, F–a3, E–a4, D–a5, C–a6, A–a7, B–b8, A–a9, C–a8, D–a7, E–a6, F–a5, G–a4, H–a3, X–c3, H–a2, G–a3, F–a4, E–a5, D–a6, C–a7, B–a8.

33 Wir bezeichnen die zehn Personen mit den ersten beiden Anfangsbuchstaben ihres Namens, zur besseren Unterscheidung die Frauen rot, und die Männer blau.

Fahrt	Erdgeschoss	Dachgeschoss
0	Al, An, Ce, Ch, Lu, La, En, Em, Si, St	
1 ↑	Al, Ce, Lu, En, Em, Si, St	An, Ch, La
2 ↓	Al, Ce, Lu, La, En, Em, Si, St	An, Ch
3 ↑	Al, Ce, Lu, En, Si, St	An, Ch, La, Em
4 ↓	Al, Ce, Lu, En, Em, Si, St	An, Ch, La
5 ↑	En, Em, Si, St	Al, An, Ce, Ch, Lu, La
6 ↓	Lu, La, En, Em, Si, St	Al, An, Ce, Ch
7 ↑	La, Em, St	Al, An, Ce, Ch, Lu, En, Si
8 ↓	Ch, La, Em, St	Al, An, Ce, Lu, En, Si
9 ↑	Em, St	Al, An, Ce, Ch, Lu, La, En, Si
10 ↓	La, Em, St	Al, An, Ce, Ch, Lu, En, Si
11 ↑		Al, An, Ce, Ch, Lu, La, En, Em, Si, St

34 Piet muss viermal ans rechte und dreimal wieder zurück ans linke Ufer rudern.

1) Piet fährt mit der Ziege ans rechte Ufer, Wolf und Kohlkopf bleiben da.
2) Piet rudert allein zurück.
3) Als Nächstes bringt Piet den Kohlkopf ans rechte Ufer.
4) Zusammen mit der Ziege rudert er wieder zurück.
5) Dann setzt er den Wolf über.
6) Er rudert allein zum linken Ufer zurück.
7) Mit der letzten Fahrt holt er die Ziege.

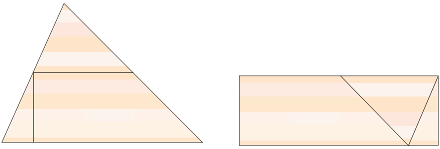
Folgende Tabelle zeigt, dass in keinem Fall der Wolf und die Ziege oder die Ziege und der Kohlkopf allein an einem Ufer sind:

Fahrt	linkes Ufer	rechtes Ufer
0	Piet, Wolf, Ziege, Kohl	
1	Wolf, Kohl	Piet, Ziege
2	Piet, Wolf, Kohl	Ziege
3	Wolf	Piet, Ziege, Kohl
4	Piet, Wolf, Ziege	Kohl
5	Ziege	Piet, Wolf, Kohl
6	Piet, Ziege	Wolf, Kohl
7		Piet, Wolf, Ziege, Kohl

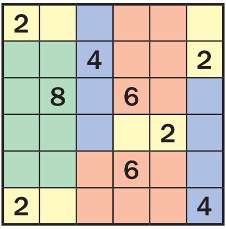
35 Der dicke Dieter wiegt 104 kg, der hagere Hans 62 kg, der kleine Klaus 56 kg und der stämmige Stefan demzufolge 78 kg.
Es können also nur der hagere Hans und der kleine Klaus gemeinsam übersetzen, aber das ist hinreichend, dass alle ans jenseitige Ufer gelangen können:

Fahrt	diesseitiges Ufer	Fluss	jenseitiges Ufer
1	dD, sS	hH, kK →	
2	dD, sS	← hH	kK
3	hH, sS	dD →	kK
4	hH, sS	← kK	dD
5	sS	hH, kK →	dD
6	sS	← hH	dD, kK
7	hH	sS →	dD, kK
8	hH	← kK	dD, sS
9		hH, kK →	dD, sS

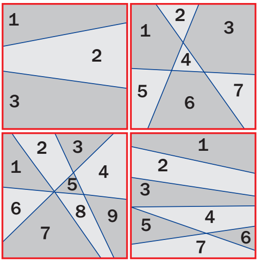
36 Hans Hobel dreht das Brett zuerst so, dass die Maserung horizontal liegt, und zersägt es dann entlang der beiden Linien. Den oberen Abschnitt dreht er um 180 Grad und setzt ihn rechts an, und daran dann den linken Abschnitt.



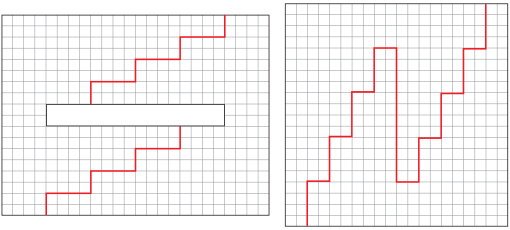
37



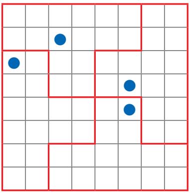
38



39 Wenn man die Figur entlang der roten Linie zerschneidet, lassen sich die beiden Teile lückenlos zu dem rechts abgebildeten Quadrat zusammensetzen.

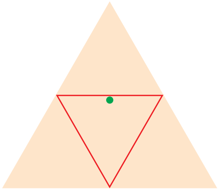


40



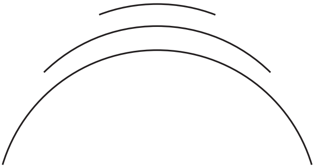
3 Räumliches

1 Der grüne Punkt liegt in vollem Umfang unterhalb der halben Höhe. Das wird augenfällig, wenn man das Dreieck in vier gleiche Dreiecke unterteilt.



2 Die drei Punkte sind gleich groß. Aus zwei Gründen wirkt der hellgraue Punkt links am größten: wegen seines engen Rahmens (aus dem gleichen Grund erscheint der Mond am Horizont sehr viel größer, als wenn er frei am Himmel steht) und wegen der helleren Farbe (schwarz macht schlank).

3 Alle drei Kreisbögen haben die gleiche Krümmung. Man sieht das deutlich, wenn man sie andersherum anordnet:

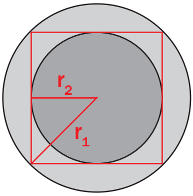


4 Beide Pyramiden sind gleich hoch.

5 Sie werden es sich bereits gedacht haben – Durchmesser und Höhe des Stapels sind genau gleich.

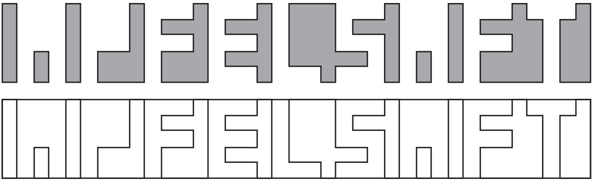
6 Der linke Balken ist heller als der rechte. Auf einer Skala von 0 bis 100, bei der 0 schwarz und 100 weiß ist, hat der linke einen Grauwert von 75, der rechte nur einen von 65.

7 Die beiden Flächen sind gleich groß. Dem inneren Kreis lässt sich ein Quadrat umschreiben, dessen Ecken auf dem äußeren Kreis liegen. Die Seitenlänge des Quadrats entspricht somit dem Durchmesser des kleineren, seine Diagonale dem Durchmesser des größeren Kreises. Für



die Fläche des äußeren Kreises gilt demnach $A_1 = \pi r_1^2$, für die des inneren $A_2 = \pi r_2^2$.
Nach dem Satz des Pythagoras ist nun $r_1^2 = 2r_2^2$ und demnach $A_1 = 2A_2$. Also ist die hellgraue Fläche $A_1 - A_2$ oder $2A_2 - A_2 = A_2$.

8 Die seltsamen Hieroglyphen heißen Apfelsaft. Manche Leute erkennen das auf Anhieb. Andere kann man darauf hinweisen, sie sehen es aber dennoch nicht. Einfacher wird es, wenn man die dargestellten Buchstabenzwischenräume einfärbt oder oben und unten eine Begrenzung einzeichnet.

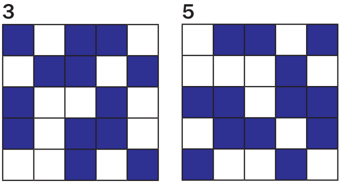


9 Bild C ist das negativ Dargestellte.

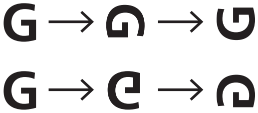
10 Nur bei C sind die Grün- und Grauanteile gleich. A hat mehr Grau als Grün, B mehr Grün als Grau.

11 Die Figur rechts oben ist in gewissem Sinne ein Ausreißer; sie ist das horizontale Spiegelbild der Figur links oben. Alle anderen fünf lassen sich durch Drehen ineinander überführen.

12 Die Quadrate 3 und 5 sind deckungsgleich, wobei 5 gegenüber 3 um 90 Grad gegen den Uhrzeigersinn gedreht ist.



13 Zuerst die Zusatzfrage: Man erhält zwei verschiedene Figuren, wie man an dem einfachen Beispiel des Buchstabens G schnell sehen kann. Im ersten Fall wurde das G um 90 Grad im Uhrzeigersinn gedreht und dann vertikal gespiegelt, im zweiten zuerst gespiegelt und dann gedreht.



Auf die erste Art und Weise (Drehung um 90 Grad im Uhrzeigersinn, anschließend vertikale Spiegelung) lässt sich Figur A in Figur B und Figur C in Figur 5 überführen.

14 Insgesamt achtmal:

9 7 1 9 0 9 1 9 3 5 6 3 **9 5 3 1 7** 1 5 2 4 9 1 9

0 5 9 8 3 6 1 9 3 7 5 6 3 8 3 7 9 7 4 9 0 6 7 1

8 1 **0 7 1 3 5 9** 8 9 8 1 6 8 7 4 3 7 2 1 5 0 2 9

6 9 2 3 7 4 9 5 4 7 4 8 4 7 4 7 3 1 7 1 8 3 4 6

3 7 0 9 5 2 9 4 1 8 6 3 1 9 4 9 8 9 **7 1 3 5 9** 6

4 3 6 1 0 4 6 3 7 1 7 6 0 7 3 2 8 7 9 2 8 6 5 4

9 5 3 2 5 **7 1 3 5 9** 8 4 6 9 7 8 1 3 1 2 5 9 0 3

0 3 7 5 1 6 7 8 1 6 9 3 7 6 7 2 3 4 7 9 4 8 5 3

4 8 2 6 8 4 1 2 8 7 5 3 4 2 4 **9 5 3 1 7** 4 7 5 9

8 3 5 2 3 8 2 5 8 1 **4 7 1 3 5 9** 1 3 0 1 9 1 2 6

5 4 2 5 2 8 2 0 2 7 8 4 6 2 9 2 7 0 8 0 7 2 6 8

1 0 **9 5 3 1 7** 4 7 5 9 4 0 6 1 2 7 8 9 2 7 2 3 9

1 4 1 5 0 7 0 3 1 0 1 9 5 9 7 2 1 5 3 0 7 3 7 0

3 7 6 1 6 9 7 3 1 3 7 5 8 4 5 1 0 3 0 1 2 5 9 3

9 6 8 3 7 5 6 3 **7 1 3 5 9** 7 4 5 0 6 2 4 9 0 9 8

5 9 3 8 6 9 3 1 6 9 1 8 4 7 9 5 3 6 0 2 6 9 1 7

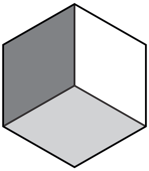
15 Muster 2. Die anderen drei Muster unterscheiden sich in mindestens einem Quadrat.

16 Die Uhr muss zwanzig nach neun anzeigen, also die Seite B oben sein.
A kann es nicht sein, denn dann wäre es fünf nach halb eins, und der kleine Zeiger müsste ungefähr in der Mitte zwischen »Zwölf« und »Eins« stehen. C kann es auch nicht sein, denn um fünf nach sechs müsste der kleine Zeiger näher an der »Sechs« stehen.
Und wäre es zehn vor vier, also D oben, dann müsste der kleine Zeiger näher bei der »Vier« stehen.

17 Ellipse (A): Kegel, Zylinder
Rechteck (B): Würfel, Zylinder (wenn Durchmesser und Höhe verschieden sind)
Dreieck (C): Würfel, Pyramide und Kegel
Rhombus(D): Würfel

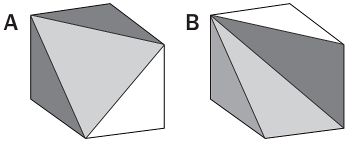
Quadrat (E): Würfel, Pyramide, Zylinder (wenn der Durchmesser gleich der Höhe ist)
Trapez (F): Würfel, Pyramide
Kreis (G): Kugel, Kegel, Zylinder
Bei Kugel, Zylinder und Kegel wird man leicht herausfinden, wie man schneiden muss, um die einzelnen Flächen zu erhalten, ebenso bei der Pyramide. Die größten Probleme hat man erfahrungsgemäß bei dem Allerweltskörper Würfel. Herauszufinden, welche Schnittlagen hier ein Trapez oder einen Rhombus ergeben, ohne es an einem Modell auszuprobieren, ist schon eine erhebliche Herausforderung an das räumliche Vorstellungsvermögen. Falls Sie es ohne Modell schaffen, finden Sie sicher auch heraus, wie man einen Würfel zerschneiden muss, um ein Fünfeck oder ein Sechseck zu bekommen.

18 A, B und D sind verschiedene Ansichten eines Oktaeders (einer der fünf platonischen Körper), und zwar senkrecht zu einer Fläche, einer Ecke und einer Kante. C ist die Ansicht eines Würfels parallel zu einer Raumdiagonalen.

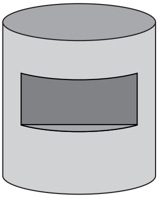


Diese Aufgabe lässt sich lösen, ohne dass man herauszufinden braucht, um welche Körper es sich hierbei handelt. Die Tatsache, dass bei A, B und D nur Dreiecke zu sehen sind, bei C dagegen Vierecke, lässt bereits den Schluss zu, dass C einen anderen Körper abbildet als A, B und D

19 Bei beiden Fällen handelt es sich um Würfel, bei denen ein Teil abgeschnitten ist.



20 Auch wenn man zunächst auf einen würfelförmigen Körper tippen würde: Es ist ein Kreiszylinder, bei dem Höhe und Durchmesser gleich sind. Auf der Vorderseite hat der Zylinder eine Nut. Es ist aber nicht auszuschließen, dass es noch weitere Lösungen gibt.



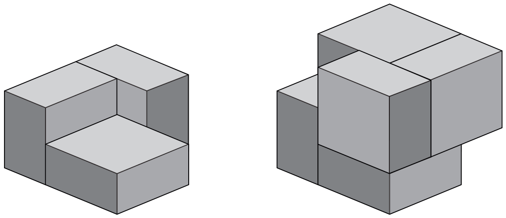
21 Von den insgesamt 216 kleinen Würfeln, die man für einen $6 \times 6 \times 6$ großen Würfel braucht, fehlt genau ein Drittel, nämlich 72. Auf diese Zahl zu kommen, ohne Papier und Bleistift zu Hilfe zu nehmen, ist gar nicht so einfach. Am einfachsten ist, sich in einer Matrix die Zahl der jeweils fehlenden Würfelchen aufzuschreiben, z. B.:

			1	1	2	5	
				1	1	5	
			1	1	1	4	
	1	1	2	1	2	3	
	2	4	2	2	3	5	
	3	5	4	3	3	3	
Summe	6	+10	+10	+9	+12	+25	=72

22 Teil B ergänzt den Würfeltorso zu einem kompletten Würfel.

23 Figur B und E ergänzen sich zu einem $3 \times 3 \times 3$ großen Würfel. Die Lösung lässt sich aber auch ohne jegliches räumliches Denkvermögen leicht herausfinden. Man muss nur die kleinen Würfel zählen, aus denen die einzelnen Figuren aufgebaut sind: A = 14, B = 15, C = 10, D = 9, E = 12 und F = 16. Von diesen Zahlen addieren sich nur 12 und 15 auf 27.

24 Wenn Sie in der Kiste links oben, in der Mitte und rechts unten dreimal einen Würfel von 10 cm Seitenlänge frei lassen, klappt es.

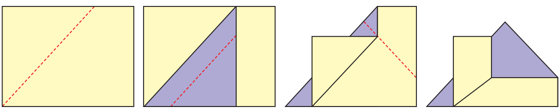


25 Die grüne Büroklammer fällt aus dem Rahmen. Verglichen mit den fünf anderen ist sie spiegelbildlich dargestellt.

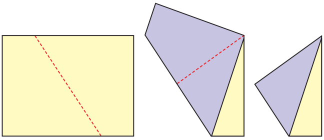
26 Schlüssel 1 passt in Schloss B, Schlüssel 2 in Schloss D, Schlüssel 3 in Schloss A und Schlüssel 4 in Schloss C.

27

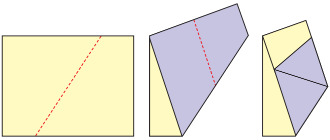
A



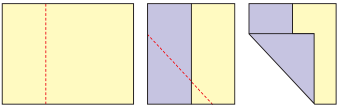
B



C

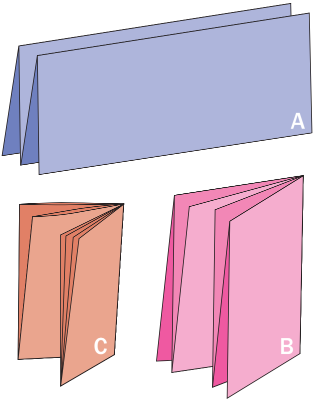


D



28 Diese Frage lässt sich nicht beantworten, solange wir keine Information darüber haben, wie Ralf das Papier gefaltet hat. Und da gibt es mehrere Möglichkeiten:

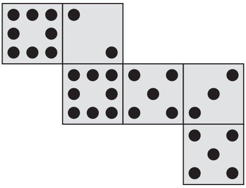
Faltet Ralf das Papier dreimal ziehharmonikaähnlich (Beispiel A), dann erhält er pro Lochung viermal mehr »Konfetti«, als wenn er nur ein ungefaltetes Blatt locht.



Faltet er es wie in Beispiel B (ziehharmonikaähnlich zweimal quer und dann einmal längs), ergibt es die sechsfache Menge. Und wenn das Blatt dreimal in Folge quer gefaltet wird (Beispiel C), erhält Ralf die achtfache Menge.

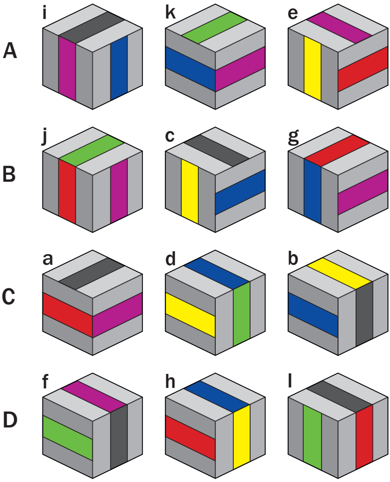
Wenngleich sich einem Lösung C als die richtige aufdrängt, ist ohne Kenntnis der Falttechnik Ralfs die Aufgabe nicht lösbar.

29 Es ist die Fünf, die wie die Acht zweimal auf dem Würfel vorkommt. »Aufgewickelt« sieht der Mantel des Würfels so aus:

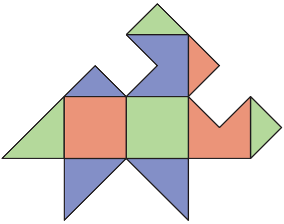


30 Das vierte Bild kann man mit dem Würfel mit der vorgegebenen Plandarstellung nicht würfeln.

31

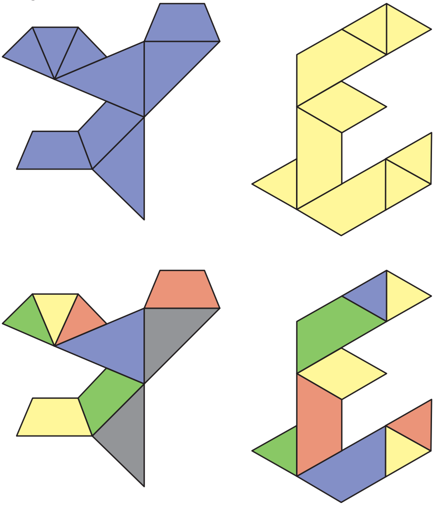


32 Nur aus der blauen Plandarstellung kann man einen Würfel falten. Es wird deutlich, wenn man die gegenüberliegenden Würfelflächen unterschiedlich einfärbt.



33 Nur mit Figur E lässt sich überhaupt ein Würfel bauen, wobei lediglich die Figur 2 eine räumliche Darstellung dieses Würfels ist.

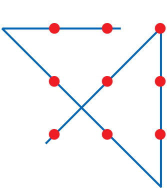
34 Aus der blauen Plandarstellung lässt sich eine vierseitige, regelmäßige Pyramide falten, aus der gelben ein Tetraeder. Man kann dies verdeutlichen, wenn man die zu den fünf einzelnen Pyramidenflächen bzw. zu den vier Tetraederflächen gehörenden Teilflächen jeweils unterschiedlich einfärbt.



35 Der rote Punkt bei Dreieck Nr. 1 beschreibt Kurve B, bei Dreieck Nr. 2 Kurve C und bei Dreieck Nr. 3 Kurve A.

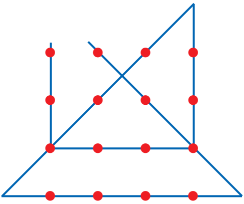
4 Örtliches

1 Das Schwierige bei dieser Aufgabe ist es, über die gemachten Vorgaben hinauszudenken – ob die Aufgabe mit vier oder nur drei Linien zu lösen ist.

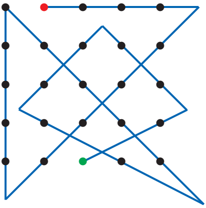


Im »klassischen« Fall muss man die vier Linien über die äußere Begrenzung, die von den neun Punkten vorgegeben wird, hinauszeichnen. Bei drei Linien sollte man erkennen, dass in der Aufgabenstellung nirgendwo vorgeschrieben ist, wie breit die Linien sein dürfen. Wenn Sie einen genügend breiten Pinsel haben, kommen Sie sogar mit nur einem Strich aus. Man könnte jetzt einwenden, dass eine Linie zwar eine Länge, aber keine Breitenausdehnung hat. Das gilt – mathematisch gesehen – für Strecken oder Geraden. Linie oder gar Strich sind aber keine mathematischen Begriffe; sie können beliebig breit sein. Insofern können Sie die Aufgabe mit vier, drei, zwei oder nur einer Linie lösen.

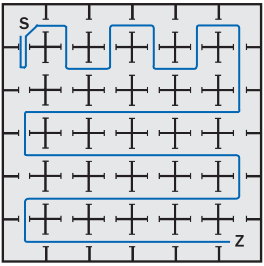
2



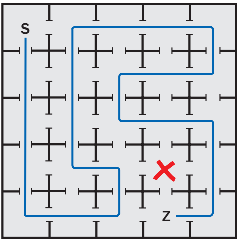
3

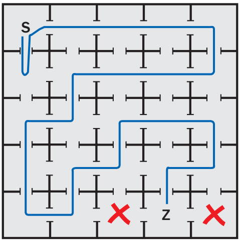


4 Benno muss, nachdem er einen dem Startraum S benachbarten Raum betreten hat, wieder zurück nach S. Dann ist der weitere Weg kein Problem.



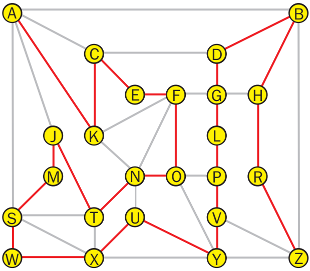
5 In diesem Fall gibt es unter den gegebenen Bedingungen keine Lösung. Betritt Benno den Startraum S kein zweites Mal, bleibt immer ein nicht betretener Raum übrig. Und wenn er in den Startraum zurückkehrt, sieht es noch schlechter aus: Dann können zwei Räume nicht betreten werden.



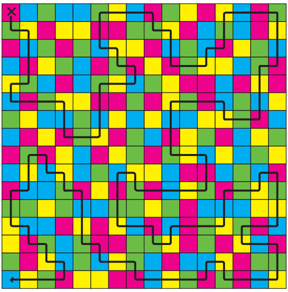


Benno wäre also gut beraten, das Angebot des Quizmasters nicht anzunehmen.

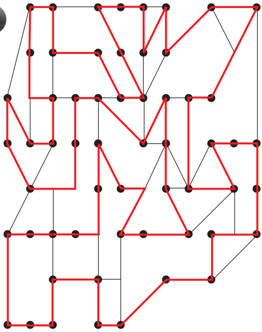
6 Die einzige Lösung ist der rot eingezeichnete Weg.



7



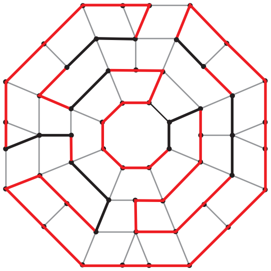
8



9 Zunächst einmal ist es völlig unerheblich, an wie vielen Stationen die Bahn unterwegs hält und wie lange. Entscheidend ist, dass die S-Bahn für die einfache Strecke eine Stunde braucht und die Bahnen im 10-Minuten-Takt fahren. Aus diesen Angaben könnte man schließen, dass einem sechs Bahnen entgegenkommen. Doch leider ist dieser Schluss falsch. Man begegnet elf Bahnen – allen, die auf der Strecke Aheim–Ghausen eingesetzt sind (außer der eigenen natürlich). Nehmen wir an, Sie fahren um 10:00 Uhr in Aheim los. Dann begegnen Sie um 10:05 Uhr der Bahn Nr. 12, die um 8:10 Uhr in Aheim losgefahren ist, und dort um 10:00 Uhr wieder losfährt.

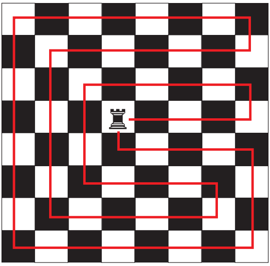
Um 10:10 Uhr kommt Ihnen Bahn Nr. 11 entgegen und so fort. Schließlich begegnen Sie um 10:55 Bahn Nr. 2, die 10 Minuten vor Ihnen den Bahnhof in Aheim verlassen hat.

10

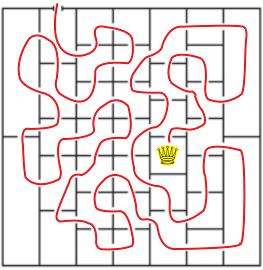


11 Boris fährt von Hastadt nach Ofeld, weiter über Gehausen, Cebronn, Bedorf, Iberg, Ahof, Tehaus, Kaweiler nach Webach und dann zu seinem Wohnort Deburg.

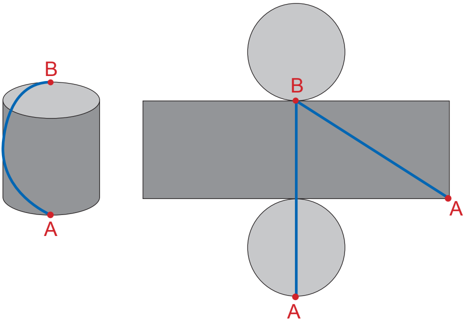
12



13

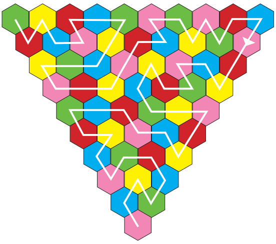


14 Wenn die Ameise senkrecht nach oben geht und dann die obere Kreisfläche quert, ist die Länge ihres Wegs $2 \times c$. Geht sie dagegen auf dem Mantel der Dose von A nach B, ist ihr Weg mit $1{,}86 \times c$ etwas kürzer, wie sich aus der Höhe der Dose und ihrem Umfang ($= c \times \pi$) mit dem Satz des Pythagoras leicht zeigen lässt.

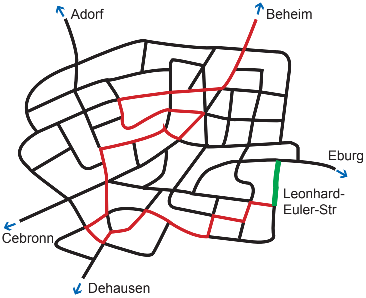


15 Weinhändler Rotspon kann jeden Monat eine andere Strecke fahren. Wenn wir die fünf Orte mit A, B, C, D und E abkürzen, sind dies: A–B–C–D–E–A, A–D–C–B–E–A, A–B–D–C–E–A, A–B–C–E–D–A, A–D–B–C–E–A und A–B–E–C–D–A sowie diese sechs Strecken in umgekehrter Richtung.
Die Strecke A–B–C–D–E–A ist 52 km lang, A–D–C–B–E–A 61 km, A–B–D–C–E–A 63 km, A–B–C–E–D–A 66 km, A–D–B–C–E–A 68 km und A–B–E–C–D–A ist mit 70 km die längste.
Insgesamt fährt er demnach 2×380 km $= 760$ km im Jahr.

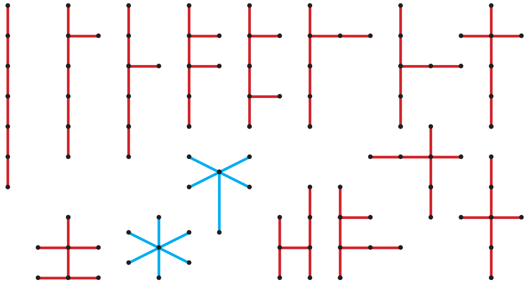
16



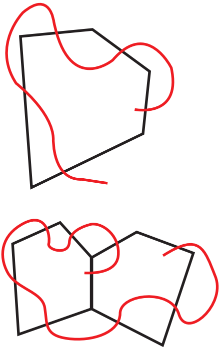
17 Wenn Gustav sich nach Vorschrift an der »Fischgräte« entlanghangelt, kommt er auf dem eingezeichneten Weg in die Leonhard-Euler-Straße. Und tatsächlich sind die rote Fahrstrecke Gustavs und die Fischgräte im topologischen Sinne identisch.



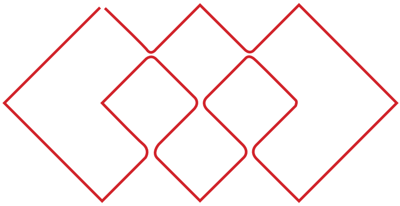
18 Beim Heptan gibt es prinzipiell 13 Möglichkeiten zur Bildung von Isomeren. Topologisch entsprechen die möglichen Anordnungen Baumgraphen mit sieben Knoten, von denen es 15 gibt.
Die beiden blauen Graphen sind zwar topologisch, nicht aber chemisch möglich. Kohlenstoff ist vierwertig und von einem »Kohlenstoffknoten« können maximal vier Verbindungen zu andern »Kohlenstoffknoten« ausgehen.



19 Die Aufgabe ist wegen der Fünfecke nicht lösbar. Bei einem Fünfeck geht es problemlos, und auch bei zweien ist es machbar. Allerdings muss man dazu in einem der Fünfecke beginnen, im anderen enden. Wenn jetzt nur noch eine weitere Linie außerhalb der Fünfecke hinzukommt, wird die Aufgabe unlösbar, da man keines der beiden Fünfecke verlassen kann, ohne eine der Seiten zum zweiten Mal zu kreuzen.

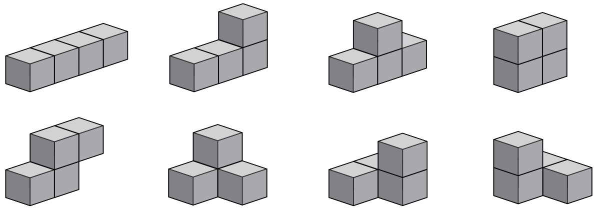


20



21 Figur B und C.

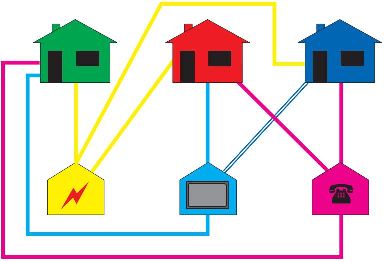
22 Es gibt acht Möglichkeiten, wobei die beiden letzten Möglichkeiten in der zweiten Zeile zwar spiegelsymmetrisch, aber dennoch topologisch unterschiedlich sind – sie lassen sich nicht durch Drehen ineinander überführen.



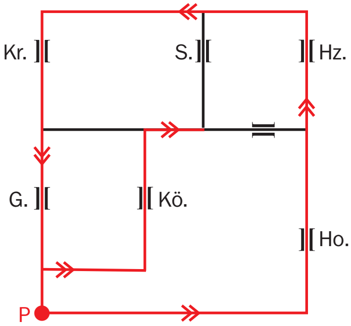
23 Die Objekte in jeder Zeile sind topologisch gleich. Die Brezel C ist den beiden Figuren der unteren Reihe topologisch gleich. Dem Regenschirm, dem Haus und dem Pilz der oberen Reihe sind die Objekte A, B und D äquivalent.

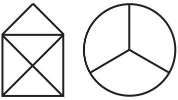
24 Die Aufgabe ist ein unlösbares Problem, nicht nur für Qab el-Salad.

Es lassen sich nur acht Kabel kreuzungsfrei verlegen, unabhängig von der Lage der Häuser und der Verteilungsstellen. In unserem Fall muss das blaue Haus auf das Fernsehen verzichten. Andernfalls hätte das rote kein Telefon.



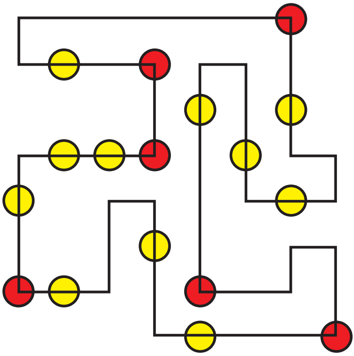
25 Man kann den Stadtplan noch weiter vereinfachen und erhält das nebenstehende Schema. Ausgehend von Punkt P und der Pfeilrichtung folgend quert man zunächst die Hohe Brücke, dann die Holzbrücke, die Krämerbrücke, die Grüne Brücke, die Köttelbrücke und steht dann vor der Entscheidung, geradeaus über die Dombrücke oder nach links über die Schmiedebrücke zu gehen. Doch wie man sich auch entscheidet, eine Brücke wird übrig bleiben, die man nur überqueren kann, wenn man zuvor eine andere Brücke eine zweites Mal passiert.



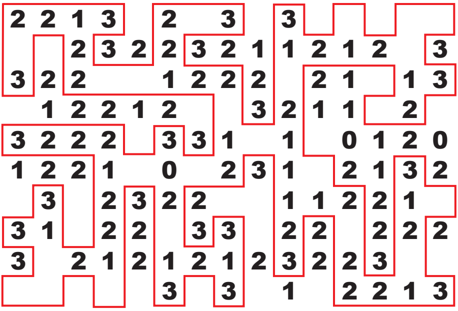


Topologisch gesehen ist das Siebenbrückenproblem identisch mit der Aufgabe, das obige Schema in einem Zug nachzuzeichnen – beides ist nicht möglich. Denn sobald eine Figur mehr als zwei Kreuzungspunkte hat, von denen eine ungerade Anzahl von Linien ausgeht, kann man sie nicht in einem Zug zeichnen. Das Häuschen links hat zwei Punkte mit drei Linien und drei mit vier Linien; man kann es in einem Strich nachzeichnen. Das Friedenssymbol rechts hat vier Kreuzungspunkte mit je 3 Linien; bei diesem geht das nicht.

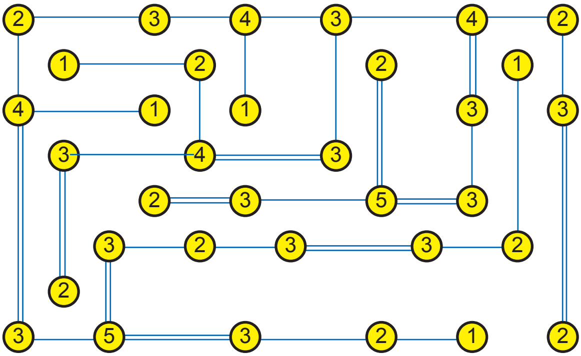
26

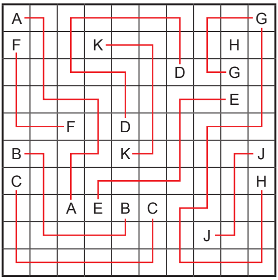


27

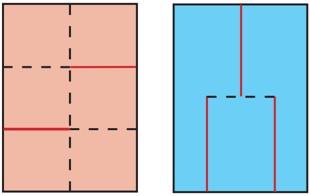

2 2 1 3 2 3 3
2 3 2 2 3 2 1 1 2 1 2 3
3 2 2 1 2 2 2 2 1 1 3
1 2 2 1 2 3 2 1 1 2
3 2 2 2 3 3 1 1 0 1 2 0
1 2 2 1 0 2 3 1 2 1 3 2
3 2 3 2 2 1 1 2 2 1
3 1 2 2 3 3 2 2 2 2 2
3 2 1 2 1 2 1 2 3 2 2 3
3 3 1 2 2 1 3

28


2 3 4 3 4 2
1 2 2 1
4 1 1 3 3
3 4 3
2 3 5 3
3 2 3 3 2
2
3 5 3 2 1 2

29 

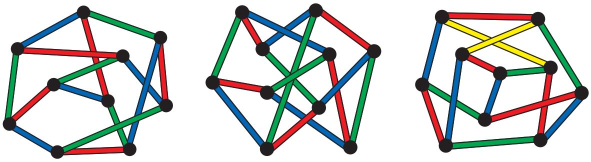
30 Geht nicht, meinen Sie? Wenn Sie die Seite herumdrehen und die Figuren von oben betrachten, werden Sie ihre Meinung vermutlich ändern.



Für die obere Figur teilen Sie das linke Blatt so durch drei gerade Linien, dass sechs gleiche Teile entstehen. An den durchgezogenen Linien schneiden Sie es ein. An den gestrichelten Linien falten Sie es und fixieren die Form dann eventuell durch Klebestreifen. Für die untere Figur verfahren Sie mit dem rechten Blatt mit der gestrichelten und den durchgezogenen Linien entsprechend.

31 Wenn Sie bei den Nummern 1, 4 und 6 an den beiden Enden ziehen, wird sich die Sache verknoten; 2, 3 und 5 lösen sich auf.

32 Für die beiden ersten Graphen genügen drei Farben, beim dritten dagegen brauchen Sie vier – Sie können es drehen und wenden, wie Sie wollen.



5 Folgerichtiges

1 a) ***? = 16; Bildungsgesetz: +2, –1, ×2, +2, –1, ×2, +2, …***
b) ***? = 82; Bildungsgesetz:*** $x_n + 1 = 2\,(x_n + 7)$
c) ***? = 9111313: Bildungsgesetz: Zu jeder Ziffer der Vorgängerzahl sind 4 zu addieren***
d) ***? = 64; Bildungsgesetz:*** $x_n = n^2$ ***oder*** $x_n = x_n - 1 + 2n - 1$

2 Die gesuchte Zahl ist 3:

2 × 7 – 2 = 12
3 × 6 – 3 = 15
4 × 5 – 2 = 18
6 × 4 – 3 = 21

3 Die gesuchte Zahl ist 24:

(5 + 4) × 3 = 27
(6 + 3) × 2 = 18
(9 + 6) × 1 = 15
(4 + 2) × 4 = 24

4 Bei allen Zahlenpaaren ist ihre Summe gleich ihrem Produkt:

2 + 2 = 2 × 2 = 4
1,5 + 3 = 1,5 × 3 = 4,5 usw.

Für das Fragezeichen muss –4 stehen:

0,8 + (–4) = 0,8 × (–4) = –3,2

Allgemein gilt:

Wenn $x + y = x \times y$, dann ist $y = \frac{x}{(x-1)}$

5 **5 + 4 × 3 – 8 : 2 = 13**
Hier muss natürlich beachtet werden, dass bei Rechenoperationen Punkt vor Strich gilt, vor der Addition und der Subtraktion zuerst also das Produkt 4 × 3 und der Quotient 8 : 2 auszurechnen sind.

6 Für das Fragezeichen muss die 1 stehen: Die mittlere Zahlenreihe ist die Summe der oberen und unteren.

7 Für das Fragezeichen sollte die 55 stehen: Jede Zahl ist die Summe der beiden vorhergehenden Zahlen.

8 Die Lösung ist Ä oder 42 oder Ω oder … Anders ausgedrückt: Es gibt keine, da jegliche Angaben fehlen, die man bräuchte, um eine sinnvolle Lösung angeben zu können. Bezieht sich das Fragezeichen auf die untere Zeile? Oder auf beide Zeilen? Oder?

Möglicherweise sind Sie auf 16 gekommen, als Fortsetzung der unteren Reihe +4, +4, +4, …
Wenn man die untere Reihe als Produkt der Ziffern der oberen Reihe ansieht ($1 \times 4 = 4$, $1 \times 8 = 8$, $2 \times 6 = 12$, $3 \times 8 = ?$) wäre die Lösung 24.

9 1 und 25 oder aber 3 und 29.
Es könnte sich um die Folge

… 1, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 25, …

oder um

… 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, …

handeln. Im ersten Fall wird alternierend 2 und 4 zur jeweiligen Vorgängerzahl addiert, im zweiten Fall handelt es sich um die Abfolge der Primzahlen in diesem Zahlenbereich.

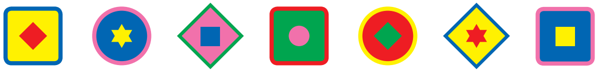
10 Auch diese Aufgabe hat keine eindeutige Lösung.
Für die Fragezeichen könnte ein O und ein U stehen, dann wäre die Buchstabenfolge die der Vokale **A E I O U**. Es könnte aber auch ein M und ein Q sein. Dann wäre jeweils der viertnächste Buchstabe im Alphabet gesucht: **A** BCD **E** FGH **I** JKL **M** NOP **Q** …

11 Die Figuren gehen durch Drehung um 90 Grad im Uhrzeigersinn aus ihren jeweiligen Vorgängern hervor. Für das Fragezeichen steht also Figur A.

12 Die Figuren bestehen aus drei Einzelfolgen:

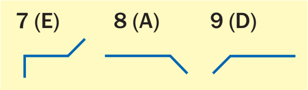
1. ***Die äußere Form: Quadrat (mit runden Ecken), Kreis, Raute, Quadrat, …***
2. ***Die innere Form: Raute, Stern, Quadrat (ebenfalls mit runden Ecken), Kreis, Raute, …***
3. ***Die Farben: blau-gelb-rot, pink-blau-gelb, grün-pink-blau, rot-grün-pink, gelb-rot-grün, blau-rot-grün, …***

Die äußere Form wiederholt sich also nach drei, die innere nach vier und die Farben nach fünf Figuren. Die äußere Form der siebten Figur ist demnach ein Quadrat, die innere ebenfalls; die Farben sind pink-blau-gelb.



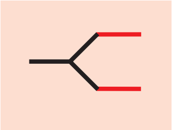
13 Die Lösung ist Abbildung C: Das rote Quadrat bewegt sich entgegen dem Uhrzeigersinn am Rand entlang. Der blaue Kreis wandert in der zweiten Spalte auf und ab. Die schwarze Raute bewegt sich wie ein Springer im Schachspiel.

14 E, A und D setzen die Figurenfolge als die Nummern 7 bis 9 logisch fort.



Die beiden Arme des ortsfesten waagerechten Balkens drehen sich abwechselnd um 90 Grad im Uhrzeigersinn und 45 Grad gegen den Uhrzeigersinn.

15 Die Figur geht durch Drehung um 90 Grad aus der vorigen hervor, wobei die äußeren – hier rot markierten Arme – zusätzlich nochmals um 45 Grad gedreht werden.



16 Die Differenz der Uhrzeiten zwischen der ersten und zweiten sowie zwischen der zweiten und der dritten Uhr beträgt jeweils 3 Stunden, 20 Minuten und 15 Sekunden. Demnach sollte die vierte auf 2:05:15 (bzw. auf 14:05:15) Uhr stehen.

17 Anstelle des Fragezeichens steht Figur D: Die Raute dreht sich um jeweils 150 Grad entgegen dem Uhrzeigersinn, das Dreieck um 120 Grad im Uhrzeigersinn.

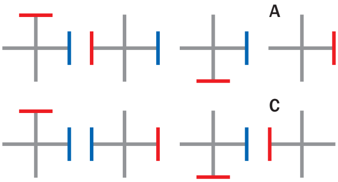
18 Offensichtlich nimmt die Zahl der Ecken der Figuren von links nach rechts jeweils um eins zu, und alternierend tritt eine einspringende Seite auf. Die fünfte Figur der Reihe sollte demnach acht Ecken und eine einspringende Seite haben. Das trifft nur bei Figur C zu.
Figur B hat acht Ecken, aber keine einspringende Seite. Die Figuren A und C haben neun bzw. sieben Ecken.

19 Gesucht ist das »R« mit der Nummer 1. Die Buchstaben auf der rechten Seite gehen durch eine Drehung um 90 Grad im Uhrzeigersinn und anschließendes horizontales Spiegeln aus jenen der linken Seite hervor.

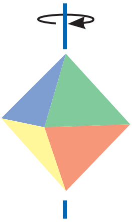
20 Die beiden weißen (»durchsichtigen«) Kreise rotieren um jeweils 90 Grad im Uhrzeigersinn. Der rote Kreis bewegt sich diagonal hin und her. Der grüne Kreis wandert auf und ab. Die Lösung ist demnach Figur C.

21 Die vierte und die fünfte Figur entsprechen der ersten und der zweiten, gedreht um 90 Grad im Uhrzeigersinn, wobei die Farben von blau nach rot, von grün nach blau und von rot nach grün wechseln. Die gesuchte Figur entspricht demnach einem mit der Spitze nach links zeigenden grünen Dreieck, dem ein rotes Dreieck eingeschlossen ist und diesem wiederum ein blaues Sechseck: Figur A.

22 Die Aufgabe hat (mindestens) zwei Lösungen: Im Fall A bleibt der blaue Balken ortsfest (oder dreht sich jeweils um 360 Grad), während sich der rote um jeweils 90 Grad gegen den Uhrzeigersinn dreht. Im Fall C dreht sich der blaue Balken um jeweils 180 Grad, der rote um jeweils 90 Grad im Uhrzeigersinn. Möglicherweise lassen sich auch für B und D Lösungen finden, die »genauso logisch« sind, wie die beiden hier angebotenen.



23 Oktaeder D ist die logische Fortsetzung der Ansichten 1 bis 3. Diese gehen durch Drehung um die senkrechte Achse um jeweils 90 Grad (nach Westen, wenn man so will) auseinander hervor. A, B und C sind keine möglichen Ansichten des Oktaeders, der aus dem aufgeklappten Modell gebaut werden kann, egal, wie man diesen auch dreht und wendet.



24 Das Fragezeichen steht für den ausgestreckten Zeigefinger D. Die flache Hand, das Victoryzeichen und die Faust mit dem gereckten Daumen kommen je viermal vor, wobei die Handwurzel jeweils einmal nach links, oben, rechts und unten zeigt. Das **?** sollte also ein ausgestreckter Zeigefinger mit der Handwurzel nach oben sein. Hier kommen entweder D oder E infrage. Da sich sowohl waagerecht als auch senkrecht rechte und linke Hände abwechseln, sollte anstelle des Fragezeichens eine linke Hand stehen.

25 Es ist Dominostein A. Die Augenzahlen der Dominosteine in den dritten Zeilen und Spalten sind die Summen der entsprechenden Zeilen und Spalten.

26 Figur B ist die gesuchte. Jede Figur entsteht aus der links bzw. oberhalb stehenden durch Drehung um 90 Grad im Uhrzeigersinn und anschließendes Entnehmen eines der roten Spielsteine.

27 Die gesuchte Zahl ist die 7. Sie errechnet sich aus dem Produkt der dem Feld diagonal benachbarten gelben Felder $(= 3 \times 6)$ abzüglich der Summe der direkt benachbarten gelben Felder $(= 4 + 7)$.

28 Es fehlt ein roter, nach links gerichteter Pfeil und ein Feld mit gelbem Hintergrund. Folglich muss das Symbol B für das Fragezeichen stehen.

29 Die Lösung ist Figur A. Die Figuren in Spalte zwei sind gegenüber denen in Spalte eins um 180 Grad gedreht, die der dritten Spalte gespiegelt, wobei bei der nach links zeigenden Seite die entsprechende Farbe jeweils durch weiß ersetzt wird.

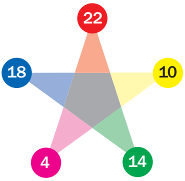
30 Möglichkeit C ist richtig. Jeder Buchstabe und jede Farbe sollte dreimal vorkommen.

31 Es gibt nur zweimal ein C, zweimal den Index 1 und zweimal die Farbe grün, und so ist naheliegend, dass die Lösung das grüne C_1 ist.

32 Die Zahlen sind die 7 und die 48. Bei A ist es der Quotient von gegenüberliegenden Zahlen, bei B deren Produkt.

33 Dreieck B ist das richtige. Die Summe der drei Zahlen an den Eckpunkten jedes Dreiecks ist 15.

34 Die Zahl im roten Feld ist die Summe der Zahlen im pinkfarbenen und im blauen Feld. Die Zahl im grünen Feld ist die Differenz der Zahlen im blauen und pinkfarbenen Feld. Die Zahl im gelben Feld ist die Differenz aus der Summe der Zahlen im blauen und grünen und der Zahl im roten Feld.



35 Die beiden Zahlen in einem Tortenstück haben jeweils dasselbe Produkt wie jene des gegenüberliegenden Stücks. Die gesuchte Zahl ist also $54 \times 40 : 36 = 60$.

36 Für das Fragezeichen steht die Zahl 10 – das Produkt der beiden in der Matrix diagonal benachbarten Zahlen ist immer dasselbe.

37 Es gibt mehrere Lösungen. Eine davon sehen Sie rechts.

	6	4	
2	8	1	7
	5	3	

38 Bei dieser Aufgabe soll Ihnen ein Beispiel für den Lösungsansatz nicht vorenthalten werden. So ist beispielsweise die Zahl in Feld E4 größer als alle anderen in der vierten Zeile und demnach eine 6. In Feld A4 muss die 1 stehen, da die Zahl in Feld F4 nicht die 1 sein kann, weil jene größer ist als die Zahl in Feld F3. In E1 muss ebenfalls eine 1 stehen, da es Feld E5 nicht sein kann: Die Zahl dort ist größer als die in Feld D5. In der dritten Zeile könnte die 6 in den Feldern B3 oder E3 stehen. Da aber in Spalte E bereits eine 6 steht, kann nur B3 das 6er-Feld sein. Auf diese Weise hangelt man sich durch das Diagramm und kommt schließlich zu der Lösung:

	A		B		C		D		E		F
1	6	>	3	<	5	>	4	>	1	<	2
	∨		∧		∨		∧		∧		∧
2	3	<	4	>	1	<	6	>	2	<	5
	∧		∧		∧		∨		∧		∨
3	5	<	6	>	3	>	2	<	4	>	1
	∨		∨		∧		∧		∧		∧
4	1	<	2	<	4	<	5	<	6	>	3
	∧		∧		∨		∨		∨		∧
5	4	<	5	>	2	>	1	<	3	<	6
	∨		∨		∧		∧		∧		∨
6	2	>	1	<	6	>	3	<	5	>	4

39

68

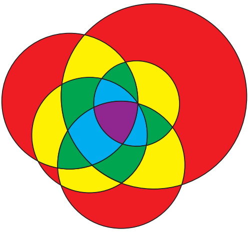
31 37

16 15 22

11 5 10 12

7 4 1 9 3

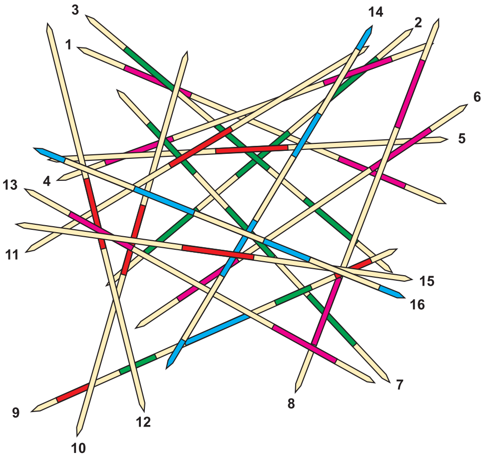
40 Die Farbe der einzelnen Segmente hängt davon ab, wie viele der Kreise sich in ihnen jeweils überlappen. Die Fläche, die alle fünf Kreise gemeinsam haben, ist violett, was nur einmal vorkommt. Flächen, die nur zu einem Kreis gehören sind rot. Überlappende Flächen von zwei Kreisen sind gelb, von drei Kreisen grün und von vier Kreisen blau eingefärbt.



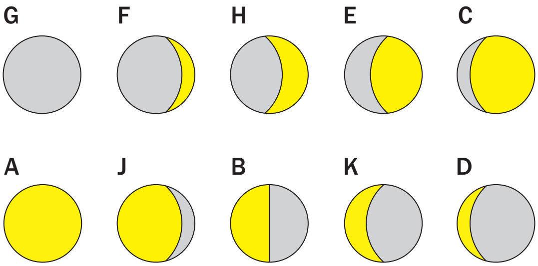
41 Gleichgültig, für welche Figur Sie sich entschieden haben, Sie haben die richtige erwischt. Denn jede der vier Figuren ist in einer gewissen Eigenschaft ein Außenseiter, der sich von den anderen drei durch ein bestimmtes Merkmal unterscheidet:
A ist ein Dreieck, die anderen sind Vierecke.
B ist die einzige Figur, bei der alle Winkel gleich sind.
Nur bei **C** sind alle Seiten gleich lang.
Nur **D** hat eine einspringende Seite, bei den anderen sind die Außenwinkel stets größer als die Innenwinkel.

42 Die Reihenfolge der Bilder, die wir uns aus Wilhelm Buschs Bildergeschichte »Schnurrdiburr oder Die Bienen« entliehen haben, ist C – F – B – D – A – E.

43



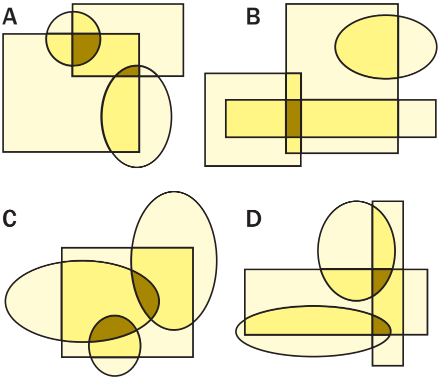
44 Beim chronologischen Sortieren dieser Bilder ist es hilfreich zu wissen, dass sich die Mondsichel bei abnehmendem Mond nach rechts öffnet, bei zunehmendem nach links.



45 Die Zahlen 13, 29, 59, 127, 503 und 971 sind allesamt Primzahlen, ebenso 257.

46 Die Summe der Zahlen in den Quadraten der Gruppe 1 ist immer 14, die der Gruppe 2 durchweg 16. Demnach gehören die Quadrate A und C zur Gruppe 1, B und D zur Gruppe 2. Die Farben der Zahlenkreise haben keine Bedeutung.

47 Jede der geometrischen Flächen überlappt sich mit zwei anderen, mit Ausnahme von Abbildung B.



6 Verklausuliertes

1 a) Das gesuchte Gewicht sei x. Dann gilt $x = 1{,}2\,t + \frac{x}{3}$ oder $2\,x = 3{,}6\,t + x$ oder $x = 1{,}8\,t$.
b) Nach neun Monaten stehen seine Aktien bei 150 %, am Ende des Jahres bei 180 %. Also gilt $150\,x = 180$ oder $x = 1{,}2$. Im letzten Quartal hat Bert demnach 20 % Gewinn gemacht.
c) 85 Euro geteilt durch 3,40 Euro = 25 ergibt die Anzahl der getrunkenen Biere. Da 25 nur durch 5 teilbar ist, sind es 5 Herren, von denen jeder 5 Bier getrunken hat. Rein rechnerisch könnte der Verein natürlich auch aus nur einem Herrn bestehen, welcher dann aber alleine den Konsum von 25 Halben Bier zu verantworten gehabt hätte.
d) Bezeichnen wir die Strecken zwischen den Dörfern mit GH (= HG), HN (= NH) und GN (= NG). Dann gilt GH + HN = 22 km, GH +GN = 16 km und HN + NH = 20 km. Wir haben jetzt drei Gleichungen mit drei Unbekannten, was sich leicht lösen lässt: GH = 9 km, HN = 13 km und GN = 7 km.
e) Wie lang ist die Strecke von Weinheim über Korntal nach Bierdorf? Dreimal länger als (und nicht dreimal so lang wie!) die direkte Strecke Weinheim–Bierdorf. Sie ist also um 3 × 4 km länger als die 4 km der direkten Strecke, und das macht zusammen 16 km. Korntal ist also 16 km – 7 km = 9 km von Bierdorf entfernt.

2 Ein schönes Beispiel dafür, wie einfach die Lösungen bei einer kompliziert anmutenden Fragestellung sein können:
a) Die Hummel fliegt um 15:00 Uhr los und wird um 15:45 Uhr zwischen den beiden Vorderrädern zerquetscht. Demnach ist sie eine Dreiviertelstunde lang mit 24 km/h geflogen und hat somit $\frac{3}{4}$ h x 24 km/h = 18 km zurückgelegt.
b) Die gemeinsame Geschwindigkeit von Peter und Paul ist 11 + 9 = 20 km/h. Mit dieser Geschwindigkeit bewältigen sie in einer Dreiviertelstunde die 15 km zwischen Grafenhausen und Königsbach.
c) Paul fährt von Königsbach aus eine Dreiviertelstunde lang mit 9 km/h. Folglich hat er bei ihrer Begegnung $\frac{3}{4}$ h x 9 km/h = 6,75 km zurückgelegt.

3 Zu jedem Kopf gehören zwei Hinterbeine, bei den Zebras zusätzlich zwei Vorderbeine. Bei 27 Köpfen macht das 54

Hinterbeine. Bleiben noch 22 bzw. 11 Paar Vorderbeine übrig. Es sind also 11 Zebras und 16 Strauße.

4 Die Schachtel ist nach 8 Tagen leer. Wenn Anna pro Tag x Pralinen isst, dann essen Jürgen und Heike $x + 1$ bzw. $2\,(x + 1)$.
Zusammen essen sie dann $4x + 3$ Pralinen, und zwar n Tage lang, sodass gilt: $88 = n\,(4x + 3)$
Da n und x natürliche Zahlen sind, ist nach einer ganzzahligen Lösung gesucht. Davon gibt es nur eine: $n = 8$ und $x = 2$. Von den Pralinen isst Heike insgesamt 48, Jürgen 24 und Anna 16.

5 Es ist keinesfalls so, dass das Bild 100 Euro und der Rahmen 10 Euro kostet, denn dann wäre das Bild ja 90 Euro teurer als der Rahmen. Das Bild kostet vielmehr 105 Euro, der Rahmen nur 5. Weil die Lösung scheinbar offensichtlich ist, verhaut man sich bei solchermaßen formulierten Fragen eher, als wenn man sie mathematisch in Form einer Gleichung mit zwei Unbekannten gestellt bekäme:

$$B + R = 110$$
$$B = R + 100$$

Gleichung 2 in Gleichung 1 eingesetzt ergibt $R + 100 + R = 110$ oder $2\,R = 10$ oder $R = 5$. Aus Gleichung 2 folgt dann sofort $B = 105$.

6 In vier Jahren. Klaus ist 12, Eva-Maria 4 Jahre alt. Vor zwei Jahren war er 10, Eva-Maria 2, und in vier Jahren wird er 16 und seine Cousine 8 Jahre alt sein.

7 Wir haben es mit vier Altern zu tun, die wir mit x_h (Xaver heute), y_h (Yvonne heute), x_d (Xaver damals) und x_d (Yvonne damals) abkürzen wollen. $x_h = 48$ kennen wir und damit auch $y_d = \frac{x_h}{3} = 16$. Da zwischen damals und heute für Xaver und für Yvonne die gleiche Zeit verstrichen ist, gilt $x_h - x_d = y_h - y_d$. Weiter wissen wir, dass $x_d = y_h$. Dann gilt $x_h - y_h = y_h - y_d$ oder $2 \times y_h = x_h + y_d = 48 + 16 = 64$. Folglich ist Yvonne heute 32.

8 Kürzen wir das Gewicht von Xaver mit x, das von Yvonne mit y ab. Dann gilt $x + 10 = 2\,(y – 7)$ und $x + 6 = 1{,}5\,(y + 6)$ oder $x = 2\,y – 14 – 10$ und $x = 1{,}5\,y + 9 – 6$ oder $y – 24 = 1{,}5\,y + 3$ oder $0{,}5\,y = 27$ oder $y = 54$. Yvonne wiegt 54 kg, Xaver 84 kg.

9 In der gesamten Saison hat der TUS Ballersdorf $26 \times 28 = 728$ Tore geschossen, $8 \times 19 = 152$ davon in den ersten acht Spielen. In den 18 Spielen nach der Verpflichtung von Krklvic wurden demnach 576 Tore erzielt, das sind im Mittel 32 pro Spiel.
Das Ganze lässt sich auch mathematisch ausdrücken:
$8 \times 19 + 18 \times x = 26 \times 28$. Nach x aufgelöst ergibt
$x = \frac{(26 \times 28 - 8 \times 19)}{18} = 32$.

10 Der trockene Schwamm macht zehn Prozent des Gewichts des nassen Schwamms aus, bei dem neunzig Prozent ja Wasser sind. Wenn beim Ausdrücken von diesen neunzig Prozent Wasser ein Neuntel (oder zehn Prozent des Gewichts des nassen Schwamms) zurückbleibt, macht der Gewichtsanteil des Wassers nur noch die Hälfte des Schwamms aus. Sie müssen also acht Neuntel des ursprünglich vorhandenen Wassers herauspressen, und das sind rund 89 %.

11 Am zweiten Tag sind sie 5 km mehr, am dritten 10 km mehr, … und am zehnten 45 km mehr als am ersten Tag gefahren. Zusammen macht das $5 + 10 + 15 \ldots + 45 = 225$ km. Hinzu kommt noch zehnmal die Strecke des ersten Tags, insgesamt $345 - 225 = 120$ km.
Die erste Etappe war folglich 12 km lang, die zweite 17 usw. und die siebte dann $12 + 6 \times 5 = 42$ km.

12 Bodo, Daniel und Alois und die zwölf, die bereits da waren, sind 15. Doppelt so viel plus die beiden, die nochmals kurz weg sind, ergibt 32. Damit ist die Vollversammlung beschlussfähig, mit nur 31 wäre sie es nicht. Folglich hat der Verein weniger als 64 und mehr als 62 Mitglieder. Von diesen 63 Mitgliedern sind drei Siebtel oder 27 Frauen.

13 Man hat zwei Gleichungen mit zwei Unbekannten:

$$7\,B + 3\,K = 15{,}90$$
$$6\,B + 4\,K = 15{,}20$$

Man löst z. B. die untere Gleichung nach K auf [$K = \frac{(15{,}20 - 6\,B)}{4}$ und setzt den erhaltenen Ausdruck in die obere ein, sodass man nur noch eine Gleichung mit einer Unbekannten hat:

$$7\,B + 3\,\frac{(15{,}20 - 6\,B)}{4} = 15{,}90.$$

Aufgelöst erhält man für $B = 1{,}80$ €, und für $K = \frac{(15{,}90 - 7 \times 1{,}80)}{3}$ $= 1{,}20$ €.

14 Wenn man die tägliche Milchleistung der Braunen und der Schwarzbunten mit b und s bezeichnet, kann man schreiben:

$(3\,b + 5\,s) \times 4 = (4\,b + 3\,s) \times 5$ oder
$12\,b + 20\,s = 20\,b + 15\,s$ oder
$8\,b = 5\,s$ oder
$b = \frac{5}{8}\,s.$

Die Milchleistung der braunen Kühe beträgt demnach nur fünf Achtel von der der schwarzbunten. Es gilt also:

$(3 \times \frac{5}{8}\,s + 5\,s) \times 4 = 440$ oder
$\frac{15}{8}\,s + \frac{40}{8}\,s = 110$ oder
$55\,s = 880$ oder
$s = 16.$

Die tägliche Milchleistung der Schwarzbunten liegt also bei 16 Litern und die der Braunen bei 10 Litern.

15 Es ist 22:40 Uhr.

16 Drei Tage nach einem Donnerstag war Sonntag und dieser wiederum fünf Tage vor einem Freitag. Also ist übermorgen Freitag und heute Mittwoch. Vorgestern war demnach Montag. In eine algebraische Form gebracht, kann man die Aufgabe folgendermaßen formulieren, wobei y heute und $x = y - 2$ vorgestern bedeuten soll:

$y + 2 - 5 = 3 +$ Donnerstag oder
$y = 6 +$ Donnerstag oder
$y =$ Mittwoch und demnach $x =$ Montag.

17 Wenn es in Frankfurt 6:20 Uhr ist, in San Francisco aber neun Stunden früher, dann ist es dort 21:20 Uhr. In Mexico City ist es zwei Stunden später als in San Francisco und demnach 23:20 Uhr.

18 Für die Anzahl z der Randteile eines rechteckigen Puzzles mit dem Format $a \times b$ gilt $z = 2a + 2b - 4$ (weil die vier Eckteile jeweils doppelt gezählt sind).
Beim Spezialfall eines quadratischen Puzzles ist $z = 4\,a - 4$. Die Gesamtzahl der Teile ist a^2. Es muss also gelten: $\frac{a^2}{10} > 4\,a - 4$ oder $a^2 - 40\,(a - 1) > 0$. Die kleinste natürliche Zahl, für die diese Bedingung erfüllt ist, ist 39.
Auf ähnliche Weise lässt sich das Format $a \times b$ des Puzzles mit 1600 Teilen berechnen. Es gilt $160 = 2\,a + 2\,b - 4$ und $a \times b = 1600$. Für das Format ergibt sich daraus 50×32.

19 Es muss gelten: $50x + 20y + 10z = 490$ bzw. $5x + 2y + z = 49$. Weiter wissen wir, dass $y = x + 2$ und $z = 22 - (x + y) = 22 - (2x + 2) = 20 - 2x$. Also ist $5x + 2(x + 2) + 20 - 2x = 49$ und somit $5x = 25$.
Die Anzahl der 50-Cent-Stücke ist demnach 5, die der 20-Cent-Stücke 7 und die der 10-Cent-Stücke 10.

20 10 Spieler mal 90 Minuten geteilt durch 12 Spieler = 75 Minuten. Jeder der zwölf Spieler wäre also 75 Minuten auf dem Platz gewesen, wenn nicht …
Rein rechnerisch lässt sich diese Aufgabe leicht lösen, aber das Ergebnis ergibt dennoch keinen Sinn. Trainer Gröbel hat ja nur zwei Auswechselspieler, kann also auch nur zweimal auswechseln. Acht der zehn zu Beginn auflaufenden Feldspieler müssen demnach die gesamten 90 Minuten durchspielen. Es ist also nicht möglich, dass alle zwölf Spieler gleich lang auf dem Platz stehen.

21 In einer Stunde legen die beiden Züge zusammen eine Strecke von $45 + 85 = 120$ Meilen zurück, in zwei Minuten demnach ein Dreißigstel davon, also 4 Meilen. Alle anderen Angaben – Länge der Strecke, Abfahrtszeit etc. – werden für die Beantwortung der Frage nicht benötigt.

22 Nennen wir die Zahl der Frikadellen, die Beatrix gemacht hat, B, und jene der übrig gebliebenen X. Analog seien M und T die Anzahl der Frikadellen, die Markus und Torsten vorgefunden haben. Dann gilt $T = \frac{3}{2}X$, $M = \frac{3}{2}T = (\frac{3}{2})^2 X$ und $B = \frac{3}{2}M_s = (\frac{3}{2})^3 X$ oder $B = \frac{27}{8}X$. Da der Bruch $\frac{27}{8}$ nicht kürzbar ist, sind $B = 27$ und $X = 8$ die kleinsten ganzzahligen Lösungen. Also hat Beatrix mindestens 27 Frikadellen gebraten, aber auch alle Vielfachen davon wären möglich.
Wenn wir davon ausgehen, dass sie 27 Stück gemacht hat – alles andere wären wohl eher Kontingente für eine Großküche –, erhält Markus von den übrig gebliebenen 8 Frikadellen 3 und Torsten 5, sodass jeder in den Genuss von 9 Stück kommt.

23 Setzt man für das Gewicht der Katzen ihre Anfangsbuchstaben, kann man schreiben:
$R + J = 10$ oder $R = 10 - J$ bzw. $R + S = 13$ oder $R = 13 - S$.
Daraus folgt $10 - J = 13 - R$ oder $S = J + 3$. Weiter gilt
$S + J = 12$ oder $J = 12 - S$ oder $J = 12 - (J + 3)$ oder $2J = 9$ oder $J = 4{,}5$.

Jenny wiegt also 4,5 kg. Das Gewicht der anderen drei Katzen lässt sich mithilfe des Diagramms nun leicht ausrechnen: Schnurchel 7,5 kg, Robert 5,5 kg und Herr Maier 6 kg.

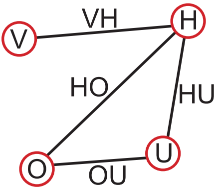
24 Schötenbeck will 25 Marken à 20 Cent, 25 à 10 Cent und 3 à 50 Cent.
Die Anzahl der 20-Cent-Marken sei x, die der 50-Cent-Marken y.
Es gilt $x \times 20$ Cent $+ 10x \times 10$ Cent $+ y \times 50$ Cent $= 500$ Cent.
Diese Gleichung mit zwei Unbekannten hat nur eine ganzzahlige Lösung: $x = 5$ und $y = 3$.

25 Bekannt ist:
$x + y + z = 18$ und $0{,}45x + 0{,}55y + 1{,}45z = 13$.
Aus der zweiten Beziehung folgt nach Einsetzen von $18 - (x + y)$ für z und Umformen: $x = 13{,}1 - 0{,}9y$. Da x ganzzahlig sein muss, kann y nur 9 sein. Folglich ist $x = 5$ und $z = 4$.
Claudia verschickt also fünf Postkarten, neun Normalbriefe und vier schwerere bzw. größere Briefe.

26 Rainer Zufall wird seinen Termin um 11 Uhr keinesfalls rechtzeitig erreichen. Bei einer Geschwindigkeit von 20 km/h braucht er für die ersten 15 km bereits eine Dreiviertelstunde; wenn er den Stau hinter sich hat, ist es folglich bereits 11 Uhr.

27 Kurz nach halb sieben, genau um 6:32 Uhr und 46 Sekunden stehen großer und kleiner Zeiger exakt übereinander. Innerhalb von 12 Stunden gibt es eine solche Konstellation elfmal, nämlich um 1:05:27 Uhr (nach $\frac{12}{11}$ Stunden), um 2:10:55 Uhr (nach $2 \times \frac{12}{11}$ Stunden), … um 6:32:46 (nach $6 \times \frac{12}{11}$ Stunden), … und um 12:00:00 Uhr (nach $11 \times \frac{12}{11} = 12$ Stunden).

28 Am einfachsten ist es, die Dörfer mit ihren Anfangsbuchstaben abzukürzen. Im ersten Satz wird etwas über die Entfernungen V–H und H–U ausgesagt, im zweiten über die Entfernungen H–O und H–U. Im dritten Satz ist schließlich von den Entfernungen O–U und O–H die Rede. Da H–O und O–H identisch sind, haben wir Angaben über die Länge von insgesamt vier Strecken: V–H, H–U, H–O und O–U. Sodann machen wir uns eine Skizze mit den vier Dörfern und den vier Strecken, welche wir der Einfachheit halber VH, HU, HO und OU nennen:



Dann nehmen wir uns noch einmal die Aufgabenstellung vor. Für »Von Vorderniederstein nach Hinterunterburg ist es 2 km weiter als von Hinterunterburg nach Untervorderbach« können wir jetzt schreiben: VH = HU + 2. »Hinterunterburg liegt 1 km näher an Oberhinterfeld als an Untervorderbach« heißt jetzt HU = HO + 1 und »Oberhinterfeld ist 3 km weiter von Untervorderbach entfernt als von Hinterunterburg« OU = HO + 3.

1 ***VH = HU + 2***
2 ***HU = HO + 1***
3 ***OU = HO + 3***

Setzt man die zweite Gleichung in die erste ein, erhält man: VH = HO + 1 + 2 = HO + 3. Da nach der dritten Gleichung OU = HO + 3, muss gelten: VH = OU.
Also ist Vorderniederstein von Hinterunterburg genauso weit entfernt wie Oberhinterfeld von Untervorderbach.

29 Die Schnecke schafft innerhalb eines Tages und einer Nacht 2,10 m – 1,40 m = 70 cm nach oben. Man könnte meinen, für die 7 m hohe Wand würde sie demnach zehn Tage und zehn Nächte brauchen. Tatsächlich hat sie aber bereits nach der siebten Nacht die Höhe von 4,90 m erreicht, sodass sie nach dem achten Tag das obere Ende der Wand erreicht hat.

30 In einer Stunde schaffen die drei zusammen $\frac{1}{14} + \frac{1}{18} + \frac{1}{20} = 17{,}7$ %. Für den gesamten Parkplatz brauchen sie demnach $\frac{100}{17{,}7} = 5{,}65$ Stunden oder 5 Stunden und 39 Minuten. Sie liegen also gut in der Zeit.
Allerdings könnten es Klaus und Thomas auch ohne den dummen Bruno schaffen. Pro Stunde pflastern sie $\frac{1}{14} + \frac{1}{18} = 12{,}7$ %, mit der gesamten Fläche sind sie in $\frac{100}{12{,}7} = 7{,}87$ Stunden oder 7 Stunden und 52 Minuten fertig

31 Die Entfernung von Schafhausen nach Ochsenbach sei s_{gesamt}. Diese Gesamtstrecke kann man aufteilen in die Strecken s_{Mayer} und $s_{Schultze}$, die beide noch fahren müssen, nachdem sie sich begegnet sind, und es gilt

$$s_{gesamt} = s_{Mayer} + s_{Schultze}$$

Für die verbleibenden Teilstrecken brauchen beide die gleiche Zeit t_{Rest}, da sie ja zur selben Zeit an ihrem jeweiligen Ziel ankommen. Da für die Geschwindigkeit $v = \frac{s}{t}$ gilt, ist

$$v_{Mayer} = \frac{s_{Mayer}}{t_{Rest}} \text{ und } v_{Schultze} = \frac{s_{Mayer}}{t_{Rest}} \textit{ bzw.}$$

$$t_{Rest} = \frac{s_{Mayer}}{v_{Mayer}} = \frac{s_{Schultze}}{v_{Schultze}} \textit{ bzw. } \frac{s_{Mayer}}{s_{Schultze}} = \frac{v_{Mayer}}{v_{Schultze}}$$

Für die Gesamtstrecke braucht Mayer vier Stunden, Schultze drei, für ihre Geschwindigkeiten v gilt demnach

$$v_{Mayer} = \frac{3}{4} v_{Schultze}$$

Daher gilt weiter:

$$\frac{s_{Mayer}}{s_{Schultze}} = \frac{3}{4} \frac{v_{Schultze}}{v_{Schultze}} = \frac{3}{4} \textit{ oder } \frac{(s_{gesamt} - s_{Schultze})}{s_{Schultze}} = \frac{3}{4}$$

Auflösen dieser Gleichung führt zu

$$s_{Schultze} = \frac{4}{7} s_{gesamt}$$

Daraus folgt

$$s_{Mayer} = \frac{3}{7} s_{gesamt}$$

Bei jeweils gleichbleibender Geschwindigkeit braucht Schultze für seine Reststrecke $\frac{4}{7} \times 3$ Stunden, Mayer für seine $\frac{3}{7} \times 4$ Stunden. Sie begegnen sich demnach $\frac{12}{7}$ Stunden (etwa 1 Stunde und 43 Minuten) vor der Ankunftszeit um 11 Uhr 45, also um 10 Uhr 02.

32 Wir bezeichnen die einzelnen Geschäfte mit ihren Anfangsbuchstaben und schreiben das Ganze in Gleichungsform.

1 ***S + M = 65,10***
2 ***F + S = 107,10***
3 ***F + G = 68,70***
4 ***W + G = 21,90***
5 ***M + W = 33,60***

A Aus 1) folgt: S = 65,10 – M
B Aus 2) und A) folgt: F + 65,10 – M = 107,10 oder F = 42,00 + M
C Aus 3) und B) folgt:42,00 + M + G = 68,70 oder G = 26,70 – M
D Aus 4) und C) folgt: D + 26,70 – M = 21,90 oder D = M – 4,80
E Aus 5) und D) folgt: M + M – 4,80 = 33,60 oder 2 × M = 38,40

Beim Metzger hat Susanne also 19,20 Euro ausgegeben. Durch Einsetzen in die Gleichungen 1) bis 5) lässt sich einfach ausrechnen, dass es beim Weinhändler 14,40 Euro, im Gemüseladen 7,50 Euro, im Feinkostgeschäft 61,20 Euro und im Supermarkt 45,90 Euro waren. Zusammen macht das 148,20 Euro. Insgesamt hat Susanne 152,50 Euro ausgegeben, beim Bäcker hat sie also 4,30 Euro bezahlt.

33 Weinhändler Rotspon hat anfangs insgesamt 980 Liter Wein in den sechs Fässern. Da er doppelt so viel Rotwein wie Weißwein verkauft, muss die verkaufte Menge durch 3 teilbar sein. Das ist

nur der Fall, wenn das zurückbleibende Fass jenes mit 110 oder 200 Liter Inhalt ist.
Bliebe das 110-Liter-Fass zurück, hätte Gastwirt Beisel 290 Liter Weißwein und 580 Liter Rotwein gekauft. 290 lässt sich aber nicht aus den gegebenen Fassinhalten kombinieren. Also hat Herr Beisel 260 Liter Weißwein (das 110- und das 150-Liter-Fass) und 520 Liter Rotwein (die 120-, 130- und 270-Liter-Fässer) gekauft. Das 200-Liter-Fass mit Weißwein bleibt übrig.

34 Hans braucht für die Strecke genau zwei Stunden. Fritz benötigt für die erste Hälfte der Strecke 20 km : 16 km/h = 75 Minuten und für die zweite Hälfte 20 km : 24 km/h = 50 Minuten. Er ist also fünf Minuten länger unterwegs als Hans. Seine Durchschnittsgeschwindigkeit liegt mit 19,2 km/h unter 20 km/h, auch wenn es auf den ersten Blick nicht so aussehen mag.

35 Beide kommen nach zwei Stunden zur gleichen Zeit in Birnendorf an. Fritz schafft in der ersten Stunde 16 km, in der zweiten 24 km, während Hans sowohl in der ersten als auch in der zweiten Stunde 20 km zurücklegt.

36 Andreas hat 10, Bernd 40, Claudia 3, Dennis 20 und Eva 7 Murmeln. Man hat fünf Beziehungen (die Buchstaben stehen für die Namen der Kinder):

1 $A + B + C + D + E = 80$
2 $D = 2 \times A$
3 $B = 4 \times (E + C)$
4 $E = C + 4$
5 $A = E + C$

Also gilt $D = 2 \times (E + C)$. In Beziehung 1) eingesetzt ergibt sich $[E + C] + [4 \times (E + C)] + C + [2 \times (E + C)] + E = 80$ oder $E + C = 10$ und somit $A = 10$, $B = 40$ und $D = 20$. Wegen $E = 10 - C$ und $E = C + 4$ ist $C = 3$ und $E = 7$.

37 Einer von ihnen übernimmt zweimal den Service, zweimal einen Auspuff und zweimal einen Ölwechsel (2 × 85 min + 2 × 25 min + 2 × 10 min = 240 min). Für den anderen bleiben noch ein Service, dreimal ein Auspuff und acht Ölwechsel (85 min + 3 × 25 min + 8 × 10 min = 240 min). Damit sind beide nach jeweils genau vier Stunden fertig.

38 Von 15 000 Wahlberechtigten haben 11 040 (= 73,6 %) ihre Stimme abgegeben. Davon waren 276 (= 2,5 %) ungültig, macht

also 10 764 gültige Stimmen, die sich auf die Kandidaten B., D., F. und H. verteilen: B + D + F + H = 10 764.
B. erhielt 1788 Stimmen mehr als D., also D = B – 1788. Ebenso gilt F = B – 4165 und H = B – 3859 und somit

B + (B – 1788) + (B – 4165) + (B – 3859) = 10 764 oder
4×B – 9812 = 1074 oder
B = 20 576 : 4 = 5144.

Daraus folgt D = 3356, F = 979 und H = 1285. 5144 von insgesamt 10 764 Stimmen sind rund 47,8 %. Also muss sich Alfonso Battistida einer Stichwahl stellen.

39 Da allgemein (x + 1) × y = 198 gilt, wobei x und y ganzzahlig sein müssen, können es nur 17 Gäste gewesen sein, von denen jeder 11 Flaschen Bier getrunken hat. Hätte jeder Gast 18 Flaschen getrunken, hätten es nur zehn Gäste gewesen sein können; bei 21 Gästen hätte jeder nur 9 Flaschen getrunken. Bei allen übrigen Gästezahlen, die den von Böllinger gemachten Einschränkungen genügen, hätte keiner eine ganzzahlige Menge Flaschenbier trinken können.

40 Jedes Huhn legt jeden Tag ein halbes Ei (natürlich im Durchschnitt gesehen). In sieben Tagen legt es dann dreieinhalb Eier, zwei Hühner folglich sieben Eier.

41 Nach dem ersten Tag hatte sich der Alkoholgehalt in der Flasche von 500 ml auf 480 ml, auf das 0,96-Fache, verringert. Nach dem zweiten Tag hatte der Alkohol von 480 ml auf 460,2 ml abgenommen – ebenfalls um das 0,96-Fache. Und am vierzehnten Tag hatte der Dieter den Alkoholanteil in der Flasche 14-mal um das 0,96-Fache reduziert. Er betrug also gerade mal noch $0{,}96^{14} \times 500$ ml = 282 ml. Demnach hat der Dieter in den zwei Wochen 218 ml reinen Alkohols konsumiert.

42 Bei 7, 6 und 5 Käfern gibt es nur zwei Möglichkeiten, dass die Summe der Punkte bei abnehmender Käferzahl jeweils um einen Punkt zunimmt: 49 – 50 – 51 und 53 – 54 – 55. Wäre die Zahl der Punkte 49, könnten es nur 7 Siebenpunkt-Käfer sein – es müssen aber sowohl Käfer mit sieben als auch

Mögliche Zahl der Punkte bei		
7 Käfern	6 Käfern	5 Käfern
49	42	35
53	46	39
57	**50**	43
61	**54**	47
65	58	**51**
69	62	**55**
73	66	
77		

mit elf Punkten in der Schachtel sein. Es bleibt nur die Möglichkeit, dass es sich um einen Elfpunkt- und 6 Siebenpunkt-Käfer mit insgesamt 54 Punkten handelt. Dann käme man mit jeweils 3 Käfern auf 54 und mit 5 Elfpunkt-Käfern auf 55 Punkte.

43 Am 18. Juli, zwei Wochen später, ist die gesamte Wasseroberfläche bedeckt, vorausgesetzt, die Seerose wächst mit unverminderter Geschwindigkeit weiter. Wenn sich etwas innerhalb eines bestimmten Zeitintervalls jeweils verdoppelt, spricht man von exponentiellem Wachstum, und irgendwie will man nicht wahrhaben, dass die Seerose für ein Viertel der Teichfläche 13 Wochen, für die restlichen drei Viertel aber tatsächlich nur zwei weitere Wochen braucht.

44 Keiner, denn solange nicht bekannt ist, wie viel Mr. Dow ursprünglich für die 100 Aktien bezahlt hat, lässt sich die Frage nach der Höhe des Gewinns nicht beantworten. Nehmen wir an, Mr. Dow hat die 100 Aktien ursprünglich für 2000 $ gekauft. Dann hat er –2000 $ + 4000 $ – 3000 $ + 3500 $ = 2500 $ Gewinn gemacht, bei einem Ursprungspreis von 3000 $ nur 1500 $.

45 An den ersten drei Tagen müssen Jochen und Jürgen jeweils 32 km zurücklegen, am vierten 16 km und am letzten 8 km. Wenn x die Länge der ersten Etappe ist, dann gilt: $3\,x + \frac{x}{2} + \frac{x}{4} = 120$ oder $12\,x + 2\,x + x = 15\,x = 480$ oder $x = \frac{480}{15} = 32$.

46 Bei den offenen Vereinsmeisterschaften des 3. TC Groß-Schlemmdorf gibt es einen Sieger und 127 Verlierer. Folglich müssen 127 Spiele ausgetragen werden.
Wenn Sie sich bis hierhin durchgeackert haben, dürften Sie sich bereits gewisse Lösungsroutinen angeeignet und möglicherweise folgende Überlegung angestellt haben: »128 Spieler ergeben 64 Spiele. Bleiben 64 Spieler übrig. Ergeben 32 Spiele. Bleiben 32 Spieler übrig … Folglich ist die Anzahl der Spiele
64 + 32 + 16 + 8 + 4 + 2 + 1 = 127.«
Das Ergebnis ist zwar dasselbe, aber die Überlegung mit dem einen Sieger und den 127 Verlierern ist sicher die einfachere und elegantere.

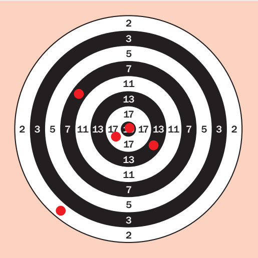
47 Wenn sie sich um 13:21 Uhr begegnen, sind sie 383,6 km von Tucson entfernt. Aber das war nicht die Frage. Gefragt war, wer weiter von Tucson entfernt ist. Auch reingefallen?

7 Mögliches und Wahrscheinliches

1 Es sind neun Möglichkeiten:

1 *1 × 5 Euro, 2 × 2 Euro, 1 × 1 Euro*
2 *1 × 5 Euro, 1 × 2 Euro, 3 × 1 Euro*
3 *1 × 5 Euro, 5 × 1 Euro*
4 *5 × 2 Euro*
5 *4 × 2 Euro, 2 × 1 Euro*
6 *3 × 2 Euro, 4 × 1 Euro*
7 *2 × 2 Euro, 6 × 1 Euro*
8 *1 × 2 Euro, 9 × 1 Euro*
9 *10 × 1 Euro*

2 Die Gesamtsumme der Zahlen auf der Scheibe beträgt 77. Da Erwin 58 Punkte erzielt hat, müssen die drei Ringe, die er nicht getroffen hat, die Summe 19 ergeben. Die 19, die 17 und die 2 (da 58 gerade ist, muss die 2 dabei sein) hat er also getroffen. Die Summe der beiden anderen getroffenen Ringe ist demnach 20, und die kann sich bei den verbliebenen Zahlen 13, 11, 5, 7 und 3 nur aus der 13 und der 7 ergeben.



3 Wie viele Punkte die Siegerin erzielt hat, wissen wir nicht; wir bezeichnen die Zahl einfach einmal mit x.
Wilhelmine als Zweite hat demnach x – 2 Punkte. Berta wird Vierte, hat mit 4 Punkten weniger als Wilhelmine dann aber nur x – 6 Punkte. Sie hat 2 Punkte mehr als Amalie, die wiederum 2 Punkte mehr hat als Cäcilie. Also liegen Amalie und Cäcilie auf Platz 5 und 6 und haben x – 8 bzw. x – 10 Punkte. Erna hat als Dritte x – 4 Punkte. Damit muss die Siegerin Ottilie heißen.

Platz	Name	Gesamtpunkte
1	Ottilie	x
2	Wilhelmine	x – 2
3	Erna	x – 4
4	Berta	x – 6
5	Amalie	x – 8
6	Cäcilie	x – 10

Die Gesamtpunktzahl jeder der Damen ist entweder gerade oder ungerade, muss also aus der gleichen Anzahl gerader und ungerader Punkte bestehen. Unter der Vorgabe, dass die

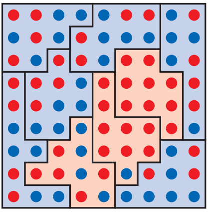
Punktabstände zwischen den Damen jeweils um 2 zunehmen und Ottilie eine 19 geschossen hat, kann x nur 23 sein:

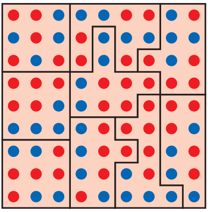
Platz	Name	Gesamtpunkte	Treffer
1	Ottilie	23	2 – 2 – 19
2	Wilhelmine	21	4 – 4 – 13
3	Erna	19	2 – 4 – 13
4	Berta	17	2 – 2 – 13
5	Amalie	15	4 – 4 – 7
6	Cäcilie	13	2 – 4 – 7

4 Peter muss vier Socken herausnehmen. Im ungünstigsten Fall haben die ersten drei Socken alle verschiedene Farben, also grau, schwarz und dunkelblau. Die vierte Socke muss dann entweder grau oder schwarz oder dunkelblau sein.

5 Neun Handschuhe. In der Schublade liegen acht Paar Handschuhe, also acht rechte und acht linke. Wenn Peter Pech hat, sind die ersten acht Handschuhe alles rechte. Der neunte muss dann aber ein linker sein.

6 Nebenstehend ein Lösungsbeispiel. Um einen Stimmbezirk für sich zu entscheiden, spielt es keine Rolle, ob man ihn mit 9:0 oder nur mit 5:4 der Wahlmänner gewinnt. Der Berater muss also versuchen, die Stimmbezirke so zuzuschneiden, dass der Kandidat der Demoblikaner maximal vier – diese aber mit einer möglichst hohen Anzahl an Wahlmännern – gewinnt. Offensichtlich kann der Zuschnitt der Stimmbezirke den Ausgang einer Wahl – bei identischem Stimmverhalten der Wähler – massiv beeinflussen und dazu führen, dass am Ende ein Kandidat insgesamt weniger Stimmen erhält als sein Rivale, aber dennoch die Wahl gewinnt.



7 

Links ein Beispiel, bei dem der Kandidat der Demoblikaner alle Stimmbezirke gewinnt.

8 Die Fahrpreise seien mit x_1 bis x_6 bezeichnet. Daraus hat Michael das arithmetische Mittel $\frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_6}{6}$ berechnet, Patrick dagegen ein sogenanntes gewichtetes Mittel $\frac{(2 \times x_1 + 8 \times x_2 + \ldots + 5 \times x_6)}{37}$, welches in diesem Fall die billigeren Fahrbetriebe bei der Berechnung stärker berücksichtigt als die teureren.
Indes sind beide Mittelwertberechnungen in der Statistik legitime Verfahren. Nehmen wir einmal an, die beiden Automodelle Prolo und Nobila des Herstellers Scrapmot hätten eine Pannenwahrscheinlichkeit von 60 bzw. von 20 % bei den ersten 10 000 Kilometern. Was ist dann die mittlere Pannenwahrscheinlichkeit für beide Modelle? 40 %.
Allerdings gilt das nur dann, wenn es genauso viele Scrapmot-Prolo wie Scrapmot-Nobila gibt. Wenn aber auf 13 Prolo nur 3 Nobila kommen, müsste man einen gewichteten Mittelwert für die Pannenwahrscheinlichkeit beider Modelle berechnen: $\frac{(13 \times 60\% + 3 \times 20\%)}{16} = 52{,}5\ \%$, und der liegt immerhin 12,5 Prozentpunkte über dem arithmetischen Mittel.
Eine Diskussion, welcher der beiden Mittelwerte im Fall unseres Rummelplatzes der sinnvollere ist, würde an dieser Stelle zu weit führen, aber prinzipiell sind die unterschiedlichen Ergebnisse von Patrick und Michael beide richtig.

9 Sind Sie auf 242 Mädchen bzw. auf 198 Jungen gekommen? Die Antwort ist leider falsch, denn gefragt war, wie viele Mädchen bzw. Jungen der Schule **mindestens** an dem Sommerfest teilnahmen. 297 der 660 Schüler sind Jungen, 363 Mädchen. Wenn sämtliche 297 Jungen der Schule unter den 440 teilnehmenden Schülern waren, müssen auf alle Fälle auch 143 Mädchen dabei gewesen sein. Umgekehrt, wenn alle 363 Mädchen teilnahmen, waren mindestens auch 77 Jungen unter den Teilnehmern.

10 Die Wahrscheinlichkeit, dass der Suschimi in diesem Jahr ausbricht, ist **3**, die für den Karpatscho **0** und die für den Suschi **5**. Die Gesamtwahrscheinlichkeit für den Ausbruch eines dieser Vulkane ist die Summe der Einzelwahrscheinlichkeiten, also $\mathbf{3} + \mathbf{0} + \mathbf{5} = \mathbf{1}$ und somit 50 %. Die Wahrscheinlichkeit, dass alle drei ausbrechen, ist das Produkt der Einzelwahrscheinlichkeiten: $\mathbf{3} \times \mathbf{0} \times \mathbf{5} = 0{,}00347$, also etwa 0,35 %.

11 Insgesamt gibt es 90 Möglichkeiten, die Socken zu Paaren zusammenzulegen. Bei 6 davon (BB–GG–SS, BB–SS–GG, GG–BB–SS, GG–SS–BB, SS–BB–GG und SS–GG–BB) stimmen die Socken bei allen drei Paaren farblich überein. Die Möglichkeit,

dass zwei Paare übereinstimmen, das dritte aber nicht, gibt es nicht. Für ein übereinstimmendes Paar gibt es 36 Möglichkeiten, für überhaupt keine Übereinstimmung sind es 48 Möglichkeiten. Die Wahrscheinlichkeiten sind demnach:

$$p3 = \frac{6}{90} = 0{,}066\ldots$$

$$p2 = 0$$

$$p1 = \frac{36}{90} = 0{,}4$$

$$p0 = \frac{48}{90} = 1 - (p1 + p2 + p3) = 0{,}533\ldots$$

12 Es gibt insgesamt 56 Möglichkeiten, von acht Socken drei zu verschlampen. Bei 32 davon gehören die Socken jeweils zu verschiedenen Paaren. Die Wahrscheinlichkeit, dass Peter nur noch ein komplettes Paar besitzt, ist also $\frac{32}{56} = 57{,}1$ %, bei zwei Paaren demzufolge $\frac{24}{56} = 42{,}9$ %.

13 Im Fall von Heike ist die Lösung trivial. Selbst wenn ihre ersten vier Pralinen von vier verschiedenen Sorten waren, muss spätestens bei der fünften eine Sorte doppelt sein. Die Wahrscheinlichkeit ist folglich 100 %.
Bei Anna ist die Wahrscheinlichkeit, beide Male ein Nugatherz herauszugreifen, $\frac{28}{88} \times \frac{27}{87}$. Für die anderen drei Sorten gilt das analog, sodass die Wahrscheinlichkeit, zwei gleiche Pralinen zu erwischen, insgesamt
$\frac{28}{88} \times \frac{27}{87} + \frac{24}{88} \times \frac{23}{87} + \frac{20}{88} \times \frac{19}{87} + \frac{16}{88} \times \frac{15}{87} = 25{,}2$ % beträgt.

14 Da 30 eine gerade Zahl ist, kann es nicht die Summe aus drei ungeraden Zahlen sein. Also muss mindestens eine gerade Zahl dabei sein, nämlich die 2, die einzige gerade Primzahl überhaupt. Die beiden anderen Würfe ergeben zusammen 28, und das ist im gegebenen Fall die Summe aus 11 und 17.
Bei unserem »Oktaederwürfel« haben wir bei drei Würfen insgesamt $8 \times 8 \times 8 = 512$ mögliche Kombinationen. Günstig – um auf 30 zu kommen – sind davon allerdings nur sechs: 2–11–17, 2–17–11, 11–2–17, 11–17–2, 17–2–11 und 17–11–2. Die Wahrscheinlichkeit als Quotient von günstigen zu möglichen Fällen beträgt 6 : 512 oder rund 1,2 %.

15 Bei einer Person gibt es sieben Möglichkeiten: Entweder der Geburtstag fällt auf einem Montag, Dienstag, Mittwoch, Donnerstag, Freitag, Samstag oder Sonntag. Bei zwei Personen sind es 7×7, bei drei Personen $7 \times 7 \times 7$ und bei vier schließlich

$7 \times 7 \times 7 \times 7 = 2401$ Möglichkeiten. Davon fallen bei 1561 dieser Möglichkeiten mindestens zwei Geburtstage auf den gleichen Wochentag. Die Wahrscheinlichkeit, dass Anton seine Wette gewinnt, ist demnach $\frac{1561}{2401} = 65\ \%$.

16 Anna erhält nur dann das Geld, wenn sie entweder das erste und zweite Spiel gewinnt oder das erste verliert, dafür aber das zweite und dritte gewinnt.
Wenn sie mit dem besser spielenden Großvater beginnt, ist die Wahrscheinlichkeit, das sie das erste und das zweite Spiel gewinnt, $0{,}4 \times 0{,}6 = 0{,}24$. Die Wahrscheinlichkeit, das erste Spiel zu verlieren und das zweite und das dritte zu gewinnen, ist $(1 - 0{,}4) \times 0{,}6 \times 0{,}4 = 0{,}144$. Die Gesamtwahrscheinlich für das eine oder andere Ergebnis ist also $0{,}24 + 0{,}144 = 0{,}384$.
Fängt sie mit dem Vater an, ist die Wahrscheinlichkeit, das erste und das zweite Spiel zu gewinnen, $0{,}6 \times 0{,}4 = 0{,}24$. Die Wahrscheinlichkeit, das erste Spiel zu verlieren und das zweite und das dritte zu gewinnen, ist jedoch nur $(1 - 0{,}6) \times 0{,}4 \times 0{,}6 = 0{,}096$. Die Gesamtwahrscheinlichkeit, das Geld zu erhalten, liegt in diesem Fall bei nur $0{,}24 + 0{,}096 = 0{,}336$, ist also um fast 5 Prozentpunkte niedriger.

17 Im ersten Fall ist die Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{3}$, im zweiten $\frac{1}{2}$. Das erscheint auf den ersten Blick verblüffend, klingen beide Fragen doch scheinbar gleich. Entscheidend ist aber das Wort »ältere«. Wenn man das Alter berücksichtigt, gibt es bei Laumanns drei Möglichkeiten, wenn mindestens eines der Kinder ein Mädchen ist:

Mädchen – Junge
Junge – Mädchen
Mädchen – Mädchen

Die Wahrscheinlichkeit für die Kombination Mädchen – Mädchen ist ganz offensichtlich $\frac{1}{3}$. Anders bei Wassermanns, bei denen das jüngere Kind definitiv ein Junge ist. Hier gibt es nur zwei Möglichkeiten:

Junge – Junge
Junge – Mädchen

Hier liegt die Wahrscheinlichkeit, dass das zweite, ältere Kind ein Junge ist und damit beide Jungen sind, bei $\frac{1}{2}$.
Bei den Freunden von Laumanns ist die Wahrscheinlichkeit, dass zwei der Kinder Mädchen und zwei Jungen sind, ist $\frac{6}{16}$ oder 37,5 %. Die Wahrscheinlichkeit, dass drei der vier Kinder das gleiche Geschlecht haben, beträgt dagegen $\frac{8}{16}$ oder 50 %.

Insgesamt gibt es 16 Möglichkeiten, in welcher Reihenfolge die Kinder auf die Welt gekommen sein können; die acht, bei denen drei Kinder das gleiche Geschlecht haben, sind mit einem X markiert:

M	M	M	M	M	M	M	M	J	J	J	J	J	J	J	J
M	M	M	M	J	J	J	J	J	J	J	J	M	M	M	M
M	M	J	J	M	M	J	J	J	J	M	M	M	M	J	J
M	J	M	J	M	J	M	J	J	M	J	M	J	M	J	M
	X	X		X			X		X	X			X	X	

Sie könnten sich jetzt auf den – wohlgemerkt nicht korrekten – Standpunkt stellen, dass die Reihenfolge, in der die Kinder auf die Welt kamen, bei dieser Frage keine Rolle spielt. Aber wenn dem so wäre, dann wäre die Wahrscheinlichkeit für jeweils zwei Mädchen und zwei Jungen $\frac{1}{5}$ oder 20 %, für drei Kinder gleichen Geschlechts aber $\frac{2}{5}$ oder 40 %:

M	M	M	M	J
M	M	M	J	J
M	M	J	J	J
M	J	J	J	J
	X		X	

18 So paradox es klingt, aber es ist Jean-Baptiste, der schlechteste Schütze. Seine Überlebenswahrscheinlichkeit beträgt 50 %, während die seiner Kontrahenten Antoine und Lucien nur bei jeweils 25 % liegen.
Bei der Reihenfolge der Schützen gibt es sechs Möglichkeiten: A–L–J, A–J–L, L–A–J, L–J–A, J–A–L und J–L–A.
1) Wenn Antoine den ersten Schuss hat, muss er auf Lucien schießen – alles andere wäre Selbstmord. Denn wenn er Jean-Baptiste mit seinem ersten Schuss niederstreckt, würde er den anschließenden Schuss Luciens nicht überleben. Den zweiten Schuss hat dann zwangsläufig Jean-Baptiste, und mit einer 50-prozentigen Wahrscheinlichkeit trifft er Antoine.
2) Hat Lucien den ersten Schuss, dann gilt das unter 1) Gesagte prinzipiell in gleicher Weise.
3) Wenn Jean-Baptiste den ersten Schuss hat, muss er nur daneben – in die Luft oder den Boden – schießen; er darf keinesfalls treffen! Dann ist die Situation nämlich wieder die gleiche wie bei 1) oder 2).

Tabellarisch dargestellt, sieht das Ganze so aus:

Reihenfolge der Schützen	Überlebenswahrscheinlichkeit (%)		
	Antoine	Lucien	Jean-Baptiste
A–L–J	50	0	50
A–J–L	50	0	50
L–A–J	0	50	50
L–J–A	0	50	50
J–A–L	50	0	50
J–L–A	0	50	50

Unabhängig davon, welche Reihenfolge der Schützen ausgelost wird, für Jean-Baptiste ist die Überlebenswahrscheinlichkeit immer 50 %.

19 Möglicherweise haben Sie darauf getippt, dass die Wahrscheinlichkeit bei 95 % liegt, denn schließlich irrt sich Kasimir Knobel nur in 5 % aller Fälle. Dem ist aber nicht so.
Nehmen wir mal an, Zeuge Knobel muss bei allen 100 grünen und 4900 roten Golf mit der Nummer »SCÖ – …« sagen, welche Farbe sie haben. Dann irrt er sich bei den grünen 5-mal, bei den roten 245-mal, wie folgende Tabelle zeigt:

		Knobel sagt	
	Anzahl	»Rot«	»Grün«
grüner Golf	100	5	95
roter Golf	4900	4655	245
Summe	5000	4660	340

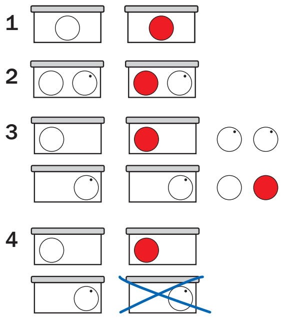
Insgesamt sagt Knobel in $\frac{340}{5000}$ oder 6,8 % aller Fälle »Grün«. Bei diesen 345 Fällen ist der Golf aber nur 95 Mal tatsächlich grün. Mit einer Wahrscheinlichkeit von $\frac{245}{340}$, das sind 72,1 % der Fälle, war der Golf des Unfallflüchtigen also rot!

20 Die Auszahlungsquote liegt bei $\frac{19}{20}$, langfristig wird man bei einem Einsatz von 10 Euro also im Mittel 50 Cent verlieren. Die durchschnittliche Auszahlung ist die Summe der Auszahlungsbeträge (= 57 Euro), dividiert durch 6 (= Anzahl der gleich wahrscheinlichen Möglichkeiten), und das ergibt 9,50 Euro.

21 Insgesamt gibt es $4! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24$ mögliche Fälle, wie sich die vier Karten in vier Umschlägen verteilen lassen.
In 9 der 24 Fälle enthält jeder Umschlag eine falsche Karte, die Wahrscheinlichkeit, dass Dr. Sonnenburg völlig leer ausgeht, ist also $\frac{9}{24} = 37{,}5$ %. Nur in einem der 24 Fälle enthalten alle vier Umschläge die richtige Karte, in sechs Fällen sind es zwei richtige. In acht der 24 Fälle ist jeweils eine richtige Karte in einem Umschlag. Drei richtige Karten kann es nicht geben, da in einem solchen Fall automatisch auch die vierte im richtigen Umschlag sein muss.
Die Wahrscheinlichkeit, dass Dr. Sonnenburg doch noch die ganzen 400 000 Euro bekommt, ist also $\frac{1}{24} = 4{,}2$ %, für 200 000 Euro sind es $\frac{6}{24} = 25$ %, für 100 000 Euro $\frac{8}{24} = 33{,}3$ %.
Seine durchschnittliche »Gewinnerwartung« ist also
$\frac{1}{24} \times 400\,000 + \frac{0}{24} \times 300\,000 + \frac{6}{24} \times 200\,000 + \frac{8}{24} \times 100\,000$
$= 100\,000$ Euro.

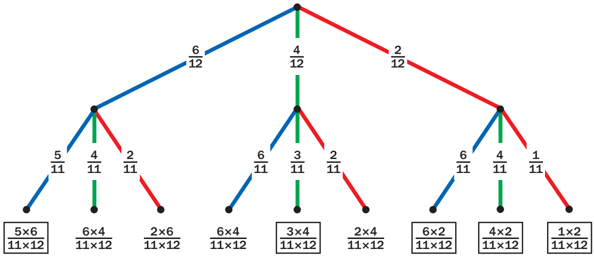
22 Bei 2000 gebissenen Personen sind 10 (= 0,5 %) mit dem Virus infiziert. Bei einem Test auf AMOK-L5 werden 9 (= 90 %) davon richtig erkannt. Bei den 1990 nicht Infizierten jedoch werden 199 (= 10 %) fälschlicherweise als positiv getestet. Von den insgesamt 208 positiv getesteten Personen sind aber nur 9 wirklich infiziert. Die Wahrscheinlichkeit, dass Annette Schröpf-Mischnik nicht mit dem Virus infiziert ist, beträgt daher $1 - \frac{9}{208}$ $= 95{,}7$ %.

23 Die Wahrscheinlichkeit, dass Jan eine weiße Kugel herausnimmt, ist $\frac{3}{4}$. In diesem Fall ist die Wahrscheinlichkeit, dass die noch in der Schachtel verbliebene Kugel ebenfalls weiß ist, $\frac{2}{3}$.
1) Zu Anfang gibt es zwei Möglichkeiten: Entweder ist eine weiße oder eine rote Kugel in der Schachtel.
2) Eine weiße Kugel wird dazulegt, wobei diese – wie eine der Stoßkugeln beim Billard – einen kleinen schwarzen Punkt haben soll. Auch hier gibt es zwei Möglichkeiten.
3) Wenn nun eine Kugel herausgenommen wird, gibt es vier Möglichkeiten. Man kann im Fall zweier weißer Kugeln die ohne oder die mit dem



schwarzen Punkt herausnehmen, im anderen Fall die rote oder die weiße mit dem schwarzen Punkt. Von den vier Möglichkeiten sind drei »weiß«, eine »rot«. Die Wahrscheinlichkeit, eine weiße zu ziehen, ist also $\frac{3}{4}$.
4) Für die verbliebene Kugel bleiben jetzt noch drei Möglichkeiten – die vierte ist außer Acht zu lassen, da die rote Kugel ja nicht gezogen wurde. Von denen sind zwei »weiß«, eine »rot«. Mit einer Wahrscheinlichkeit von $\frac{2}{3}$ ist die verbliebene Kugel weiß.

24 Es gibt insgesamt $11 \times 12 = 132$ Möglichkeiten, zwei Kugeln aus der Schachtel zu nehmen, wie man aus dem Wahrscheinlichkeitsbaum ersehen kann.



Günstig für Sie sind die schwarz eingerahmten. In $5 \times 6 + 3 \times 4 + (6+4+1) \times 2 = 64$ Fällen gewinnen Sie 10 Euro. In den übrigen 68 Fällen werden Sie 10 Euro verlieren. Ihre Gewinnwahrscheinlichkeit liegt also nur bei etwa 48,5 %. Auf lange Sicht werden Sie bei diesem Spiel also verlieren.

25 Es gibt für Franz insgesamt zwölf Möglichkeiten, zwei Damen auszuwählen:

♣ ♠	♠ ♣	♥ ♣	♦ ♣
♣ ♥	♠ ♥	♥ ♠	♦ ♠
♣ ♦	♠ ♦	♥ ♦	♦ ♥

Von diesen zwölf Möglichkeiten sind zwei schwarz-schwarz und zwei rot-rot, aber vier schwarz-rot und vier rot-schwarz. Franz wird auf lange Sicht also nur ein Drittel der Spiele gewinnen.
Nachdem sich Franz auf eine Karte festgelegt hat, ist die Wahrscheinlichkeit, eine zweite Karte gleicher Farbe zu wählen, nicht mehr 1:1, sondern nur noch 1:2. Durch diese bedingte

Wahrscheinlichkeit liegt seine Gewinnerwartung bei nur einem Drittel. Bei 30 Spielen wird er im Mittel also 100 € verlieren.

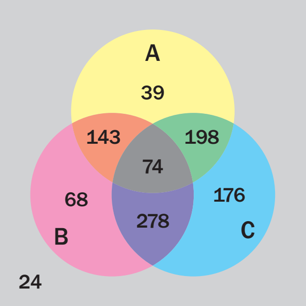
26 Mit Sicherheit sind Sie in der Lage, sagen zu können, dass die Wahrscheinlichkeit, den Umschlag mit dem höheren Scheck erwischt zu haben, 50 % beträgt, Umtauschen demzufolge nichts bringt. Aber dennoch ist Umtauschen die richtige Entscheidung, so unsinnig sie sich zunächst anhören mag.
Wenn Sie sich nämlich umentscheiden, ist die Wahrscheinlichkeit 50 000 Euro zu gewinnen 50 %, aber das gilt ebenso für 200 000 Euro. Wahrscheinlichkeitstheoretisch liegt Ihr Gewinn, wenn Sie den zweiten Umschlag nehmen, also bei $0{,}5 \times 200\,000$ Euro $+ 0{,}5 \times 50\,000$ Euro $= 125\,000$ Euro. Und das sind immerhin 25 % mehr, als wenn Sie beim ersten Umschlag bleiben.

27 Auf den ersten Blick scheint die Lösung trivial zu sein: Da eine der Ziegentüren bereits geöffnet ist, bleiben zwei Türen übrig. Hinter einer ist das Auto, hinter der anderen die zweite Ziege. Die Chancen, das Auto oder die Ziege zu gewinnen, stehen offenbar 50 zu 50. Ob man jetzt bei der zuerst gewählten Tür bleibt oder ob man sich umentscheidet, spielt scheinbar keine Rolle. Doch das ist ein Trugschluss.
Da man drei Türen zur Auswahl, liegt die Wahrscheinlichkeit, das Auto zu gewinnen, bei einem Drittel, falls man bei der zuerst gewählten Tür bleibt. Wenn man sich aber umentscheidet, steigt die Gewinnwahrscheinlichkeit auf zwei Drittel.
Die Wahrscheinlichkeit, bei der ersten Wahl eine Ziegentür erwischt zu haben, ist zwei Drittel. In diesem Fall kann der Moderator nur die zweite Ziegentür öffnen, hinter der anderen Tür muss sich dann das Auto befinden. Entscheidet man sich um, gewinnt man das Auto nur dann nicht, wenn es hinter der erstgewählten Tür sein sollte – und die Wahrscheinlichkeit dafür ist, wie bereits erwähnt, ein Drittel.

28 Die Aussichten, ein Auto zu gewinnen, sind bei dieser Spielvariante 50 Prozent, unabhängig davon, ob man bei der erstgewählten Tür bleibt oder ob man wechselt.
Es erscheint irgendwie ein wenig paradox, dass die Gewinnchancen bei zwei Autos und zwei Ziegen geringer sind, als bei zwei Ziegen und nur einem Auto.

29 Die Wahrscheinlichkeit, dass eine Familie alle drei Bedingungen erfüllt, ist das Produkt von 68, 56 und 81 %, also $0{,}68 \times 0{,}56 \times 0{,}81 = 0{,}308$ oder 30,8 %.
Da 56 % der Familien den Namen Filsmayr haben, müssen 44 % anders heißen. Also müssen von den 68 % der Familien mit zwei oder mehr Kindern mindestens 24 Filsmayr heißen. Da nur 19 % der Familien kein Auto haben, müssen von den 24 % der Familien mit Namen Filsmayr, die mehrere Kinder haben, mindestens 5 % ein Auto haben. Bei 5 % der Familien lässt sich also mit Sicherheit sagen, dass sie Filsmayr heißen und mehr als zwei Kinder sowie ein Auto haben.

30 Am einfachsten löst man diese Frage mithilfe eines in der Mengenlehre gebräuchlichen Venn-Diagramms: Die Kreise A, B und C stellen die Mengen der lüsternen Firkinopanzen dar, die Drüpse begrömmeln, Schwoftix frunsen und Petilpsen verpluckern. Die Überschneidungsflächen jeweils zweier Kreise repräsentieren die Mengen der Firkinopanzen, die jeweils beiden Beschäftigungen nachgehen, und der Überlappungsbereich aller drei Kreise entspricht der Menge derjenigen, die alles drei machen. In Letzteren können wir direkt die Zahl 74 entsprechend der 7,4 % der 1000 Befragten eintragen. Da 217 der Befragten Drüpse begrömmeln und Schwoftix frunsen, muss die Zahl derer, die dieses zwar tun, aber keine Petilpsen verpluckern, $217 - 74 = 143$ sein. Entsprechend kommen wir auf die 198 ($= 272 - 74$) derer, die Petilpsen verpluckern und Drüpse begrömmeln, aber kein Schwoftix frunsen. Da insgesamt 454 Befragte Drüpse begrömmeln, üben 39 ($= 454 - [74 + 143 + 198]$) nur diese Tätigkeit aus.



Auf diese Weise können wir die restlichen Mengen ermitteln, um schließlich festzustellen, dass die Summe derjenigen, die entweder das eine oder das andere oder mehreres davon tun, 976 beträgt. Folglich machen 24 der Befragten überhaupt nichts von alledem.

8 Vergleichendes

1 Wir kürzen die Namen der Schüler mit den Anfangsbuchstaben ab. Aus der zweiten Aussage folgt H > K und H < M2 oder M2 > H > K. Aus der ersten bzw. der dritten Aussage folgt M2 < B bzw. K > M1.
Damit gilt: Burger > Müller 2 > Haas > Knippschild > Müller 1.

2 Für »hübscher« nehmen wir das »>«-Zeichen:

1 ***blaBrü > blaBlo***
2 ***braBlo > braBrü***
3 ***braBrü > blaBrü***

Aus 2), 3) und 1) folgt braBlo > braBrü > blaBrü > blaBlo. Demnach ist die braunäugige Blondine die schönste der vier. An sich ist die Aufgabe ganz einfach zu lösen, verwirrend sind nur die ganzen BraBrüs und BlaBlos. Man ist aber völlig frei, blauäugige Brünette mit A, blauäugige Blondine mit B usw. zu bezeichnen, was die Lösung ungemein erleichtert.

3 Christian gewinnt normalerweise gegen und Bernd gegen Dennis, welcher so gut wie nie gegen Alfons verliert; Bernd gewinnt häufig gegen Dennis. Christian ist demnach der beste Spieler, gefolgt von Bernd, Dennis und Alfons.

4 Schweden < Deutschland
Schweden > Italien
USA > Deutschland
USA < Großbritannien
Frankreich > Großbritannien
Aus den fünf Ungleichungen (die Zeichen < und > sollen langsamer bzw. schneller bedeuten) folgt unmittelbar: Frankreich > Großbritannien > USA > Deutschland > Schweden > Italien

5 Im Prinzip genügen zwei Rennen (> bedeutet »schneller als«):
Rennen: A > B > C > D > E > F > G > H
Rennen: H > G > F > E > D > C > B > A

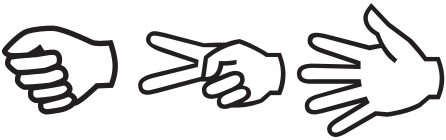
6 Die Summe der Zahlen 1 bis 8 beträgt 36; demnach ist die Summe der Startnummern der Fahrer auf den ersten vier Plätzen 18. Es gibt acht Möglichkeiten, mit den Zahlen 1 bis 8 die Summe 18 zu bilden: 1, 2, 7, 8 – 1, 3, 6, 8 – 1, 4, 5, 8 – 1, 4, 6, 7 – 2, 3, 5, 8 – 2, 3, 6, 7 – 2, 4, 5, 7 und 3, 4, 5, 6.

Nur die zweite davon enthält beide Zahlen 1 und 3 – neben 6 und 8. Die Fahrer mit diesen Startnummern belegten die Plätze 5 bis 8; auf die vier ersten Plätze kamen demnach die Fahrer mit den Startnummern 2, 4, 5 und 7.

7 Da Kerstin weder neben Tim noch neben Sabine sitzt, hat sie nur einen Nachbarn, nämlich Jens, neben dem Tim sitzt. Damit bleibt für Sabine nur der Platz neben Tim: Kerstin – Jens – Tim – Sabine.

8 Brösels können nicht neben den Ehepaaren Wassermann und Althaus sitzen und haben folglich zwei der äußeren Plätze. Auf den beiden Plätzen neben ihnen sitzen Laumanns, dann kommt das Ehepaar Althaus. Wassermanns belegen die beiden äußeren Plätze auf der anderen Seite: Brösel – Laumann – Althaus – Wassermann

9 Bei der Mehrheit, d. h. bei 56 % der Schüler (34 + 18 + 4), rangiert Herr Cromer auf der Beliebtheitsskala vor Herrn Appelt, nur bei 44 % ist Herr Appelt beliebter als Herr Cromer.
Dieses Paradoxon stammt von dem französischen Philosophen de Condorcet (1743–1794), der erkannte, dass Präferenzrelationen (wie in unserem Fall) keine Ordnungsrelationen und daher nicht notwendigerweise transitiv sind. Transitiv bei Relationen besagt, dass aus aRb und bRc stets aRc folgt. Wenn beispielsweise Klaus größer ist als Bernd, und Bernd größer als Sven, dann ist Klaus zwangsläufig auch größer als Sven.
Das vielleicht bekannteste Beispiel für intransitive Relationen ist das Knobelspiel Stein – Schere – Papier, bei dem die Faust den Stein, zwei ausgestreckte Finger die Schere und die flache Hand das Papier bedeuten:



Der Stein schleift die Schere (Faust gewinnt gegen die zwei Finger), die Schere schneidet das Papier (zwei Finger gewinnen gegen die flache Hand), aber das Papier wickelt den Stein ein (die flache Hand gewinnt gegen den Stein).

10 Sie müssen Würfel C wählen, dann gewinnen Sie im Mittel bei 5 von 9 Würfen, wie man aus der nebenstehenden Gewinnmatrix leicht entnehmen kann. Jede in der 3×3-Matrix dargestellte Möglichkeit hat die gleiche Wahrscheinlichkeit, wobei in 5 von 9 Fällen – diese sind gelb unterlegt – die Augenzahl von Würfel C größer ist als die von Würfel B, der nur in den 4 rot unterlegten Fällen gewinnt. Die Gewinnwahrscheinlichkeit mit Würfel C ist in unserem Fall fünf Neuntel oder rund 55 %.

		Würfel C		
		3	5	7
Würfel B	2	C	C	C
	4	B	C	C
	9	B	B	B

Interessanterweise können Sie immer gewinnen, egal welchen Würfel Max wählt. Nimmt er Würfel A, sollten Sie Würfel B nehmen, entscheidet er sich für C, nehmen sie A. Ihre Gewinnwahrscheinlichkeit ist in beiden Fällen ebenfalls fünf Neuntel. Auch hier haben wir es wieder mit einer intransitiven Relation zu tun. Es ist übrigens davon abzuraten, die Unwissenheit anderer auszunutzen und dieses Spiel zur Quelle professionellen Gelderwerbs zu machen. Anderenfalls könnte der Vorwurf des Betrugs noch eine der harmloseren Konsequenzen sein.

11 Die kürzeste Route ist A – K – H – F – D – J – G – B – E – C – A mit 28 km. Der Weg in umgekehrter Richtung ist natürlich auch nicht länger.

12 Man muss das Fragezeichen durch eine rote Kugel ersetzen. Nimmt man von den beiden Waagschalen der oberen Waage je eine blaue Kugel weg, bleibt sie im Gleichgewicht. Also wiegen zwei rote Kugeln genauso viel wie eine blaue und eine grüne. Insofern kann man bei der linken Schale der unteren Waage die blaue und die grüne Kugel durch zwei rote ersetzen. Dann liegen links drei rote Kugeln, rechts zwei rote und die mit dem Fragezeichen. Letztere muss demnach einer roten Kugel entsprechen.

13 Das Fragezeichen muss durch eine grüne Kugel ersetzt werden. Die Waagschalen der oberen Waage bleiben im Gleichgewicht, wenn man jeweils eine blaue Kugel und eine grüne Kugel wegnimmt. Folglich wiegt eine gelbe Kugel genauso viel wie eine blaue und eine rote. Man kann die gelbe Kugel auf der linken

Waagschale der mittleren Waage also durch eine blaue und eine rote ersetzen. Nimmt man von beiden jetzt die roten Kugeln weg, sieht man, dass zwei blaue Kugeln so schwer sind wie eine grüne.

14 Wenn das Mobile im Gleichgewicht ist, sind die Kugeln an den Fäden A + B + C genauso schwer wie die an den Fäden D + E, jene an Faden F genauso schwer wie die an den Fäden G + H. Dann gilt auch, dass das Gewicht von A + B + C gleich dem von G + H ist:
Folglich muss die Kugel mit dem Fragezeichen grün sein.

15 Sie müssen nur zweimal wiegen:
Sie packen drei der Kugeln auf die linke, drei andere auf die rechte Waagschale. Mit dieser Wägung bestimmen sie die drei Kugeln, unter denen sich die schwerere befindet: Entweder sie liegt auf der Seite, die sich senkt, oder – falls die Waage im Gleichgewicht bleibt – sie ist bei den restlichen drei Kugeln.
Von den drei Kugeln mit der schwereren legen sie eine auf die linke, eine andere auf die rechte Waagschale. Senkt sich eine der Seiten, liegt darauf die schwerere Kugel; andernfalls ist es die verbliebene der drei Kugeln.

16 Schritt 1: Man lege Kugel 1 bis 3 auf die linke, Kugel 4 bis 6 auf die rechte Waagschale. Ist die Waage im Gleichgewicht, ist die gesuchte Kugel unter den Kugeln 7 bis 9 (weiter mit Schritt 2). Ansonsten tausche man Kugel 1 bis 3 gegen Kugel 7 bis 9 aus. Bei Gleichgewicht ist die gesuchte Kugel unter den Kugeln 1 bis 3, anderenfalls unter 4 bis 6.
Schritt 2: Zwei der drei Kugeln mit der gesuchten lege man auf die Waage. Bleibt sie im Gleichgewicht, ist die dritte die gesuchte. Anderenfalls tausche man die Kugel auf der linken Waagschale gegen die dritte aus. Stellt sich jetzt Gleichgewicht ein, war die gesuchte die ausgetauschte auf der linken Waagschale. Wenn nicht, dann ist die Kugel auf der rechten Schale die gesuchte.
Man braucht also im ungünstigsten Fall vier Wägungen. Wenn man Glück hat, kommt man mit zwei aus, weiß dann allerdings nicht, ob die gefundene Kugel leichter oder schwerer als die anderen ist.

17 B steht für Blau, G für Gelb, R für Rot und W für Weiß. Wir wissen:

a $2 \times B = 3 \times W$

b $R = G + W$ oder $2 \times R = 2 \times G + 2 \times W$

c $B = G + R$ oder $2 \times B = 2 \times G + 2 \times R$

Aus a) und c) folgt dann

$3 \times W = 2 \times G + 2 \times R$ oder

$3 \times W = 2 \times G + 2 \times G + 2 \times W$ oder

$W = 4 \times G$.

Aus b) folgt $R = 5 \times G$ und aus c) $B = 6 \times G$.

Demnach ist eine weiße Kugel viermal, eine rote fünfmal und eine blaue sechsmal so schwer wie eine gelbe.

18 Die vier Bheimer und die zwei Ahausener gewinnen. Letztendlich ist das Ganze nichts anderes als ein Gleichgewichts- bzw. Wägeproblem. Bezeichnen wir die Teilnehmer mit den Anfangsbuchstaben ihrer Dörfer. Dann ist

$5 \times A = 4 \times B$ und $2 \times C = 2 \times A + B$ oder

$A = \frac{4}{5} \times B$ und

$C = A + \frac{1}{2} \times B = \frac{4}{5} \times B + \frac{1}{2} \times B = \frac{13}{10} \times B.$

Es sei weiter

$C + 4 \times A = 3 \times B + 2 \times A$ oder

$\frac{13}{10} \times B + 4 \times \frac{4}{5} \times B = 3 \times B + 2 \times \frac{4}{5} \times B$ oder

$\frac{45}{10} \times B = \frac{46}{10} \times B.$

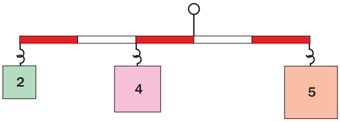
Letzteres ist ein Widerspruch, denn die rechte Seite ist größer als die linke. Die vier Bheimer und die zwei Ahausener sind demnach ganz offensichtlich etwas stärker als der Cbacher und die drei Ahausener.

19 Sie nehmen vom ersten Stapel eine Münze, vom zweiten zwei, vom dritten drei usw. und vom sechsten schließlich sechs. Wären alle diese 21 Münzen echt, müssten sie zusammen $21 \times 7 = 147$ Gramm wiegen. Ihre Waage zeigt aber nur 144 Gramm an. Also müssen drei Münzen dabei sein, die jeweils ein Gramm leichter als ein echtes 50-Cent-Stück sind. Diese drei Münzen haben Sie vom dritten Stapel genommen, also besteht dieser aus den falschen Münzen. Würde die Waage 152 Gramm anzeigen, wären die falschen Münzen um jeweils ein Gramm schwerer als die echten und kämen aus dem fünften Stapel.

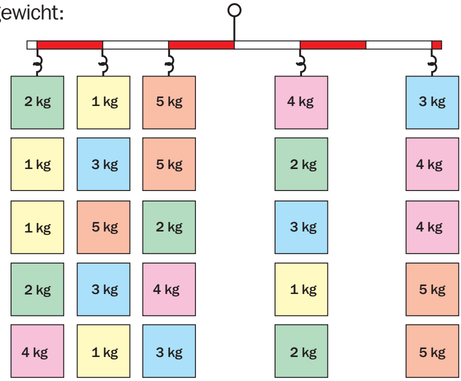
20 Sie nehmen aus der ersten Rolle eine Münze, aus der zweiten zwei, aus der dritten vier, … und aus der sechsten Rolle 32 Münzen. Diese $2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 = 63$ Münzen legen

Sie auf die Waage. Wenn alle Münzen echt wären, müsste die Waage $63 \times 8{,}5\,g = 535{,}5\,g$ anzeigen. Wenn die Waage aber weniger anzeigt, dann muss für je 0,2 g Untergewicht eine falsche Münze dabei sein.
Nehmen wir an, Sie hätten auf diese Weise herausgefunden, dass 29 der 63 Münzen falsch sind. Diese 29 Münzen können dann nur aus den Rollen 1, 3, 4 und 5 stammen: $1 + 4 + 8 + 16 = 29$. Letztendlich müssen Sie die ermittelte Anzahl falscher Münzen nur in eine (sechsstellige) Zahl im Binärsystem umwandeln. Für 29 erhalten Sie dann 011101.
Ist die erste Ziffer von rechts eine 1, dann enthält die erste Rolle Falschgeld; ist die zweite Ziffer von rechts eine 0, dann sind die Münzen der zweiten Rolle echt; ist die dritte Ziffer eine 1, dann …

21 Bezeichnen wir die Haken von links nach rechts mit x, y und z. Dem Hebelgesetz zufolge muss bei Gleichgewicht Kraft × Kraftarm auf beiden Seiten gleich sein. Also gilt $G_x \times a_x + G_y \times a_y = G_z \times a_z$, wobei G die an den Haken x, y und z anzuhängenden Gewichte sind und a die Längen der jeweiligen Hebelarme. Die Werte für a eingesetzt erhält man $3 \times G_x + G_y = 2 \times G_z$ oder $G_z = 3 \times \frac{G_x}{2} + \frac{G_y}{2}$. Mit den vorgegebenen Gewichten hat diese Gleichung nur eine Lösung: $G_x = 2$, $G_y = 4$ und $G_z = 5$:



22 Insgesamt gibt es 120 Möglichkeiten, die Gewichte an die Haken der Balkenwaage zu hängen. Nur bei fünf davon ist die Waage im Gleichgewicht:



23 Gaston hat ein Sechstel, ein Drittel und die Hälfte des Glases mit Wasser aufgefüllt. Das ergibt zusammen eine ganzes Glas Wasser. Folglich hat er genauso viel Pastis wie Wasser getrunken.

24 Bei 11 Litern in Krug A muss man muss fünfmal umschütten:

	Krug A	**Krug B**	**Krug C**
0	11	leer	leer
1	6	5	leer
2	6	2	3
3	9	2	leer
4	9	leer	2
5	4	5	2

Bei 10 Litern kommt man mit dreimal umschütten aus:

	Krug A	**Krug B**	**Krug C**
0	10	leer	leer
1	7	leer	3
2	7	3	leer
3	4	3	3

25 Das Verhältnis roter Flüssigkeit zu Wasser ist in beiden Gläsern das gleiche (1 : 1) – durch das Umschütten hat sich nichts geändert. Das Verhältnis blauer Flüssigkeit zu Wasser ist am Schluss im rechten Glas 2,5 : 1.

9 Logisches

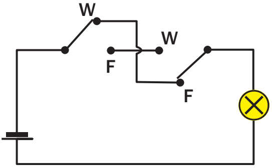
1 Es gibt acht Möglichkeiten, bei denen das Produkt der drei Alter 36 ergibt, bei zwei davon ist darüber hinaus die Summe die gleiche, nämlich 13: 1 – 6 – 6 und 2 – 2 – 9. Demnach fand das Gespräch an einem Freitag, dem Dreizehnten statt.
Manfred könnte also ein einjähriges und zwei sechsjährige Kinder haben oder aber zwei zweijährige und ein neunjähriges. Erst mit der Zusatzinformation, dass es ein ältestes Kind gibt, kann Horst auf die Alter von Manfreds Kindern schließen: Die beiden Jungs sind zweijährige Zwillinge, die Tochter ist neun.
Man könnte zwar einwenden, dass es auch Zwillingspärchen gibt und auch bei Zwillingen immer einer älter ist als der andere, aber so spitzfindig wollen wir mal nicht sein.

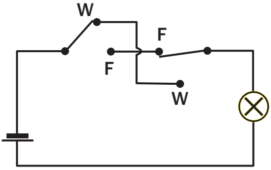
2 Falls Sie sich schwergetan haben, mag dies an der ungewohnten Aufgabenstellung liegen. In Wirklichkeit ist die Lösung einfach, um nicht zu sagen trivial. Da alle drei Aussagen wahr sein müssen, gilt dies auch für Aussage 2). Und die besagt:
Die Eibe ist höher als die Robinie, und diese ist gleich hoch wie die Birke.
Kompliziertere Probleme dieser Art kann man vergleichsweise einfach lösen, wenn man sich der Formelsprache der Logik bedient. Bei unseren Aufgaben in diesem Kapitel braucht man sie jedoch nicht notwendigerweise. Beispielhaft sei aber dennoch angeführt, wie unsere Frage nach der Größe der Bäume in der formalen Sprache der Logik aussieht.
Man schreibt zunächst die bekannten Symbole »$>$« und »$=$« für »größer« bzw. »gleich«. $B > R$ heißt also, die ist Birke größer als die Robinie, und $E = R$, dass Eibe und Birke gleich groß sind. Für die logischen Verknüpfungen werden die Symbole »$\wedge$« für »und« (Konjunktion), »$\vee$« für »oder« (Disjunktion), »$\Rightarrow$« für »wenn, dann« (Subjunktion) und »$\Leftrightarrow$« für »genau dann, wenn« (Bijunktion) verwendet.
Für die drei Aussagen lässt sich also schreiben:

1 $E = B \Leftrightarrow R > E$
2 $E > R \wedge B = R$
3 $R > E \Rightarrow E > B \vee B = R$

Und da Aussage 2) wahr ist, müssen auch die beiden durch »$\wedge$« verknüpften Teilaussagen $E > R$ und $B = R$ wahr sein.
Ob die Verknüpfung von zwei Aussagen logisch wahr oder falsch ist, hängt von der Art der Verknüpfung und der Wahrheit oder

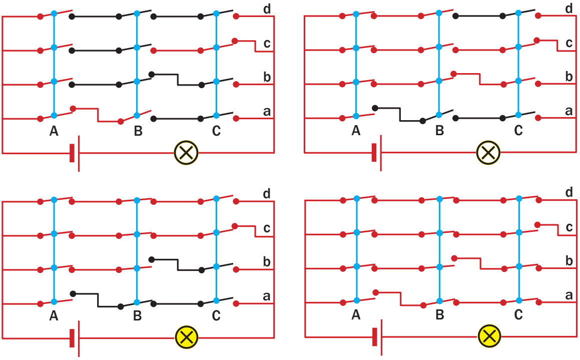
Falschheit der beiden Aussagen ab. Der Umgang mit diesen Junktoren genannten logischen Symbolen ist ein wenig gewöhnungsbedürftig, und gelegentlich widersprechen die Ergebnisse logischer Verknüpfungen dem sogenannten gesunden Menschenverstand, wie etwa der Sachverhalt, dass man aus etwas Falschem etwas Wahres folgern kann und das Ergebnis dieser Folgerung als solches dennoch wahr ist.





3 Oben ist die »entweder-oder«-Schaltung abgebildet. Die Birne leuchtet, weil der linke Schalter geschlossen (W), der rechte offen (F) ist.
Bei der unteren Schaltung handelt es sich um eine »genau dann, wenn«-Schaltung. Sie unterscheidet sich von der »entweder-oder«-Schaltung nur dadurch, dass bei einem der Schalter offen und geschlossen (bzw. W und F) vertauscht sind.
Die logische Verknüpfung »entweder-oder« (Symbol |) wird auch Exklusion genannt. Um die logischen Junktoren zu vervollständigen: Das Symbol für die Verneinung (Negation) ist »¬«.

4 Bei unserer »Supernulpen«-Schaltung werden beim Betätigen der einzelnen Schalter A, B und C jeweils drei Kontakte geschlossen und einer geöffnet. Die Teile des Schaltkreises, die Kontakt mit der Batterie haben, also Strom führen, sind rot markiert.



Im Fall (1) ist keiner der Schalter gedrückt; die Verbindungen a, b, c und d sind mehrfach unterbrochen. Im Fall (2) ist Schalter A gedrückt; auch hier sind alle Verbindungsleitungen getrennt. Im Fall (3) sind Schalter A und B gedrückt; a, b und d sind unterbrochen, aber Leitung c hat Durchgang: Die Lampe brennt. Sind alle drei Schalter gedrückt (Fall 4), fließt der Strom durch Leitung d, während die anderen drei unterbrochen sind, und die Lampe brennt. In den hier nicht dargestellten Fällen (Schalter A und C bzw. Schalter B und C gedrückt) fließt der Strom durch die Leitungen b bzw. a.

5 Aussage a) ist eine logische Subjunktion. Wenn Dr. Volz einen BMW nimmt, will Dr. Groß auch einen. Wenn sich Dr. Volz aber für einen Audi entscheidet, kann Dr. Groß einen Audi oder einen BMW nehmen. Aussage b) ist eine Exklusion. Wenn Dr. Laumann einen Audi wählt, nimmt Dr. Volz einen BMW. Wenn aber Dr. Laumann sich für einen BMW entscheidet, wählt Dr. Volz einen Audi. Aussage c) ist eine Disjunktion. Dr. Groß oder Dr. Volz oder beide wollen einen BMW. Aussage d) ist eine Bijunktion. Nur wenn Dr. Groß einen BMW aussucht, entscheidet sich auch Dr. Laumann für einen; anderenfalls nehmen beide einen Audi. Bezeichnen wir die Möglichkeit, dass Dr. Groß einen Audi nimmt mit G_A und die, dass er keinen nimmt (sich also für einen BMW entscheidet) mit G_B. Für die Herren Dr. Laumann und Dr. Volz verfahren wir mit L_A und L_B bzw. V_A und V_B analog. Es gibt demnach acht Möglichkeiten:

1 ***GA ∧ LA ∧ VA (Groß Audi, Laumann Audi, Volz Audi)***
2 ***GA ∧ LA ∧ VB (Groß Audi, Laumann Audi, Volz BMW)***
3 ***GA ∧ LB ∧ VA (Groß Audi, Laumann BMW, Volz Audi)***
4 ***GA ∧ LB ∧ VB (Groß Audi, Laumann BMW, Volz BMW)***
5 ***GB ∧ LA ∧ VA (Groß BMW, Laumann Audi, Volz Audi)***
6 ***GB ∧ LA ∧ VB (Groß BMW, Laumann Audi, Volz BMW)***
7 ***GB ∧ LB ∧ VA (Groß BMW, Laumann BMW, Volz Audi)***
8 ***GB ∧ LB ∧ VB (Groß BMW, Laumann BMW, Volz BMW)***

Aus Prämisse a) folgt, dass (2) $G_A \wedge L_A \wedge V_B$ und (4) $G_A \wedge L_B \wedge V_B$ zu einer falschen logischen Aussage führen, da Dr. Groß ja einen BMW nimmt, also G_B gelten muss.
Aus Prämisse b) folgt, dass weder (1) $G_A \wedge L_A \wedge V_A$ noch (8) $G_B \wedge L_B \wedge V_B$ wahr sein können. In beiden Fällen entscheiden sich sowohl Dr. Laumann als auch Dr. Volz für ein Auto derselben Marke.

6 Wenn nur eine von den neun Aussagen wahr ist, dann ist Torsten 16, Achim 17 und Dennis 19. Ausschließlich in diesem Fall kann nur eine der Aussagen richtig sein, nämlich die zweite von Achim (»Ich bin jünger als Dennis«).
Es gibt zwei prinzipielle Möglichkeiten, einer derartigen Fragestellungen zu Leibe zu rücken. Im ersten Fall nimmt man beispielsweise Torstens erste Aussage als wahr an, und überprüft unter dieser Prämisse, ob die anderen acht wahr oder falsch sind. Ist nur eine von diesen wahr, muss Torstens erste Aussage falsch sein, und man macht bei der nächsten Aussage mit demselben Ansatz weiter. In diesem Fall ist das jedoch recht schwierig und soll aufgrund platzraubender Erklärungen nicht näher ausgeführt werden.
Einfacher wird es, wenn man die Aussagen der drei Delinquenten unter Zuhilfenahme von Wahrheitstafeln für jede einzelne der sechs möglichen Altersverteilungen überprüft. Dabei wird sich herausstellen, dass es nur eine Möglichkeit mit einer einzigen wahren Aussage gibt.

	1	2	3
T = 17	**W**	**W**	F
A = 19	F	F	F
D = 16	**W**	F	F

	1	2	3
T = 17	**W**	F	F
A = 16	F	**W**	F
D = 19	F	F	F

	1	2	3
T = 19	**W**	F	**W**
A = 16	**W**	**W**	F
D = 17	F	**W**	**W**

	1	2	3
T = 19	**W**	F	F
A = 17	F	**W**	**W**
D = 16	**W**	F	**W**

	1	2	3
T = 16	F	**W**	**W**
A = 19	**W**	F	F
D = 17	F	F	F

	1	2	3
T = 16	F	F	F
A = 17	F	**W**	F
D = 19	F	F	F

Und wenn alle drei Aussagen von Achim falsch sind, dann muss er 19 sein.

7 Nur eine der vier Aussagen ist wahr:
Wenn Emmes oder Locke die Wahrheit sagen, dann auch Kalle. Wenn Luigi lügt, dann sagen Emmes und Kalle die Wahrheit. Ist Kalle der Täter, dann lügt er, wie auch Emmes und Locke. Luigi dagegen sagt die Wahrheit.
Daraus folgt zwangsläufig: Es kann nur Kalle gewesen sein.

Drei der vier Aussagen sind wahr:
Ist Locke der Täter, dann lügen er und Emmes. War es dagegen Luigi, lügen er und Locke. Und wenn Kalle der Täter ist, sagt nur Luigi die Wahrheit.
Also war es Emmes, nur er lügt; Locke, Luigi und Kalle sagen die Wahrheit.

8 Gehen wir zunächst einmal davon aus, dass Emmes der Täter war. Dann wäre alles, was er sagt, gelogen: Der Einbruch fand in der Klauerstraße statt, Locke hat ihn nicht gemacht, und er selbst hat natürlich etwas damit zu tun. Dann aber müssten alle drei Aussagen von Locke wahr sein: Alles was Emmes sagt, ist gelogen, und Locke oder Kalle waren es nicht. Da aber mindestens eine von Lockes Aussagen falsch sein muss, kann Emmes nicht der Täter gewesen sein.
Als Nächstes nehmen wir an, Locke sei der Täter gewesen. Dann wären die zweite und die dritte Aussage von Emmes wahr: Locke hat den Bruch gemacht, und er hat nichts mit der Sache zu tun. Also müsste seine erste Aussage eine Lüge sein, da er ja bekanntlich nicht dreimal in Folge die Wahrheit sagt. Da Kalles zweite und dritte Aussage ebenfalls wahr wären, müsste seine erste gelogen sein. Dann aber müsste die erste Aussage von Locke wahr sein, und das führt uns zu einem Widerspruch. Locke scheidet demnach als Täter gleichfalls aus.
Es kann folglich nur Kalle gewesen sein. Denn dann hätte Locke bei der ersten und der dritten Aussage gelogen, die zweite wäre wahr. Die zweite und die dritte Aussage von Emmes wären Lügen. Kalles zweite Aussage wäre falsch, die dritte wahr. Unabhängig davon, ob entweder Emmes oder Kalle bei ihrer ersten Aussage gelogen haben, hätte nur in diesem Fall jeder bei seinen drei Aussagen mindestens einmal gelogen.
In Form von Wahrheitsmatrizen dargestellt werden die Zusammenhänge sehr viel übersichtlicher.

Annahme: Emmes war der Täter

	Emmes	Locke	Kalle
Aussage 1	F	W	W
Aussage 2	F	W	W
Aussage 3	F	W	F

Annahme: Locke war der Täter und Emmes‘ erste Aussage ist wahr:

	Emmes	Locke	Kalle
Aussage 1	W	F	F
Aussage 2	W	W	W
Aussage 3	W	F	W

Annahme: Locke war der Täter und Kalles erste Aussage ist wahr:

	Emmes	Locke	Kalle
Aussage 1	F	F	W
Aussage 2	W	W	W
Aussage 3	W	F	W

Annahme: Kalle war der Täter und Emmes‘ erste Aussage ist wahr:

	Emmes	Locke	Kalle
Aussage 1	W	F	F
Aussage 2	F	F	F
Aussage 3	W	W	W

Annahme: Kalle war der Täter und Lockes erste Aussage ist wahr:

	Emmes	Locke	Kalle
Aussage 1	F	F	W
Aussage 2	F	F	F
Aussage 3	W	W	W

Also nur wenn Kalle der Täter, ist die Prämisse erfüllt, dass jeder der drei Verdächtigen bei drei Aussagen mindestens einmal lügt.

9

- ***Weiße Katzen bringen Glück.***

Falsch. Wenn schwarze Katzen Unglück bringen, sagt das nichts darüber aus, ob nicht schwarze Katzen Glück oder Unglück bringen.

- ***Nachts bringen alle grauen Katzen Unglück.***

Falsch. Auch nicht schwarze Katzen sind nachts grau, aber wir wissen nicht ob sie Glück oder Unglück bringen.

- ***Wenn Schnee blau ist, bringen schwarze Katzen Unglück.***

Wahr. Ob Schnee blau, grün oder weiß ist, spielt keine Rolle. Schwarze Katzen bringen Unglück.

- ***Schwarze Katzen sind nachts grau.***

Wahr. Wenn alle Katzen nachts grau sind, dann natürlich auch schwarze.

10 a) **Wahr.** Da häufige Discobesuche schwerhörig machen, kann jemand, der nicht schwerhörig ist, auch nicht häufig in die Disco gehen.

b) **Wahr.** Wer häufig in die Disco geht, ist zwangsläufig schwerhörig.

c) **Falsch.** Aus Schwerhörigkeit allein kann man nicht auf häufige Discobesuche schließen – man kann ja auch aus vielerlei anderen Gründen schwerhörig geworden sein. c) ist ein häufig gemachter Fehlschluss, der sogar einen eigenen Namen hat: Fehlschluss der anerkannten Konsequenz.

11 Wenn Jonas blond ist, dann ist es auch Leon, der dieselbe Haarfarbe wie Hanna hat. Da die Haarfarben von Jonas und Hanna aber verschieden sind, kann Jonas nicht blond, sondern nur schwarzhaarig sein. Also sind Hanna und Leon blond.

12 Die Behauptungen b) und e) sind aus den Aussagen ableitbar, die übrigen dagegen nicht.
Behauptung c) lässt sich nicht aus Aussage 3) ableiten. Es könnten ja alle Blaschwülze striphoale Sprülfchen haben. Und laut Aussage 5) sind manche Mupflömpse plaunzig, manche möhmelig, da es aber auch schlarpfige oder sogar emplodattlige Mupflömpse geben kann, ist Behauptung d) keine korrekte Schlussfolgerung.

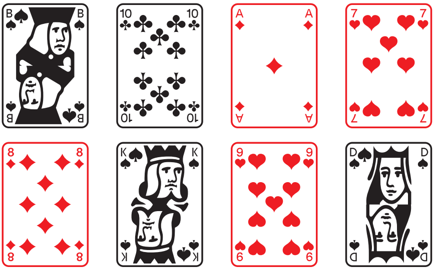
13 Aus d) folgt: Die mittlere Karte ist ein Ass, und aus b) folgt: Die dritte Karte kann keine Dame sein. Also ist die erste Karte eine Dame. Aus c) folgt: Die mittlere Karte ist ein Herz, und aus a) folgt: Kreuz ist nicht die erste Karte. Also sind die ersten beiden Karten Herz.
Die erste Karte ist die Herzdame, die zweite das Herzass und die dritte das Kreuzass.

14 a) Nach 4) sind die Summen der Werte der Karten der ersten und der vierten Spalte gleich. Die kleinste mögliche Summe aus zwei Karten, die mindestens zweimal vorkommt, ist 10:

	D	**K**	**7**	**8**	**9**	**10**	**A**
B	5	6	9	10	11	12	13
D		7	10	11	12	13	14
K			11	12	13	14	15
7				15	16	17	18
8					17	18	19
9						19	20
10							21

Wären die Werte der Karten der ersten und vierten Spalte größer als 10, müssten die der dritten Spalte (der Summe der Spalten 1 und 4) mindestens 22 betragen. Das geht nicht – die größte mögliche Summe ist 21. Daraus folgt sofort, dass die Karten in der dritten Spalte Neun und Ass sein müssen. Die Karten der ersten und der vierten Spalte sind demnach die Paare Bube und Acht bzw. Dame und Sieben, in der zweiten Spalte liegen König und Zehn.

b) Aus 7) geht hervor, dass der Wert von Karte D halb so groß wie jener der beiden Karten in der zweiten Spalte ist, also von König und Zehn, die zusammen 14 zählen. Folglich ist Karte D die Herz Sieben, Karte H eine Dame.
c) Nach 5) ist die Summe der beiden Herzkarten 16, die zweite Herzkarte also die Neun, die in der dritten Spalte liegt. Wegen 3) kann es nur die Karte G sein. Karte C ist das Ass.
d) Nach 9) ergeben die Werte der Karten D und F den der Karte C. Da C das Ass ist und D die Sieben, ist Karte F der König. Also ist Karte B die Zehn.
e) Die Gesamtsumme der acht Karten ist 2 + 3 + 4 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 = 54. Nach 1) muss die Summe der unteren Zeile 24 sein. Da die Karten F, G und H König, Neun und Dame sind, die zusammen 16 zählen, muss Karte E die Acht sein, Karte A der Bube.
f) Da wegen 6) Bube, Dame und König schwarze Karten sind und wegen 8) die Zehn ebenfalls schwarz ist, müssen Ass und Acht Karo sein.
g) Laut 2) hat eine der Karokarten zwei Pik als Nachbarn. Zwei der drei Nachbarn des Karoass sind Herz. Also müssen die Karten A und F, die beiden Nachbarn der Karoacht, Pik sein: Pikbube und Pikkönig. Die Zehn und die Dame sind folglich Kreuz.



15 Für die Lösung dieser Aufgabe erstellt man sich am besten eine Matrix, etwa folgender Art:

	Name (Management)	**Name (Produktion)**	**Beruf (Produktion)**
Straße Anfang	Dr. Groß		
Straße Mitte	Dr. Laumann	Groß	Elektriker
Straße Ende	Dr. Volz		

Wegen 2) muss im unteren Kästchen der ersten Spalte Dr. Volz stehen.
Wegen 3) muss im mittleren Kästchen der dritten Spalte Elektriker stehen.
Wegen 4) und 5) kann der direkte Nachbar des Elektrikers nicht Dr. Groß sein, da dessen Monatsverdienst von 5000 Euro nicht exakt durch drei teilbar ist. Also muss Dr. Groß am Anfang der Straße wohnen, und der Nachbar des Elektrikers muss Dr. Laumann sein.
Wegen 6) muss der Elektriker Groß heißen.
Wegen 1) kann der Feinmechaniker nicht Laumann heißen. Folglich muss der Name des Chemielaboranten Volz sein. Unbekannt bleibt allerdings, ob Chemielaborant Volz am Anfang oder am Ende der Straße wohnt.

16 Wie in der vorigen Aufgabe erstellt man sich auch hier am besten eine Matrix, mit fünf Spalten für die fünf Häuser und fünf Zeilen für den Namen, für die Hausfarbe, für den Baum, für das Haustier und für das Lieblingsessen.
Wegen Prämisse g) trägt man in Spalte 1 unter Namen »Althaus« ein, aus Prämisse k) folgt dann, dass das zweite Haus hellblau ist. Wegen Prämisse o) muss in Spalte 3 unter Lieblingsessen »Erbseneintopf« stehen. Wegen d) und h) müssen die Häuser 4 und 5 hellgrün und rosa sein. Zudem kann man in Spalte 4 bei Lieblingsessen »Maultaschen« eintragen. Somit muss wegen c) das weiße Haus von Dr. Laumann in der Mitte stehen, und wegen a) das Haus von Familie Althaus kürbisgelb sein und einen Ahorn im Vorgarten haben.
Aus n) folgt weiter, dass im zweiten Haus der Hund gehalten wird. Wegen j) muss Herr Groß, der gerne Hühnersuppe isst, im zweiten Haus wohnen. Wegen b) werden im letzten Haus mit der Birke davor am liebsten Schinkennudeln gegessen. Aus e) folgt dann, dass Wassermanns im vierten Haus mit der Eibe im Vorgarten wohnen.
Wegen f) steht vor Dr. Laumanns Haus eine Robinie und er hat eine Katze. Aus m) folgt, dass Brösels mit ihrem Kaninchen nur im letzten Haus wohnen können. Prämisse l) sagt uns schließlich, dass Familie Althaus den Wellensittich besitzt und vor dem großschen Haus die Fichte steht.
Letztendlich muss das Lieblingsessen der Familie Althaus Sauerkraut sein, und Wassermanns sind die Besitzer des Zwergschweins.

17 Der Obst- und Gartenbauverein hat alle Spiele gewonnen, der Skiklub alle verloren. Kleintierzüchter und Gesangverein Liederkranz haben gegen den Skiklub gewonnen und müssen demnach gegeneinander unentschieden gespielt haben. Da die Kleintierzüchter ein Torverhältnis von nur 1:1 haben, muss das Spiel

Kleintierzüchter – Gesangverein 0:0

ausgegangen sein und die Ergebnisse der anderen Spiele der Kleintierzüchter folglich

Kleintierzüchter – Skiklub 1:0
Obst- und Gartenbauverein – Kleintierzüchter 1:0

lauten. Da der Obst- und Gartenbauverein seine beiden übrigen Spiele ebenfalls gewonnen hat, sind diese (wegen des Torverhältnisses von 4:1) 1:0 und 2:1 ausgegangen. Da der Skiklub überhaupt kein Tor geschossen hat, müssen die Ergebnisse die folgenden gewesen sein:

Skiklub – Obst- und Gartenbauverein 0:1
Obst- und Gartenbauverein – Gesangverein 2:1

Das dritte Spiel des Skiklubs endete daher

Skiklub – Kleintierzüchter 0:3

18 Die Motorsportfreunde haben ein Spiel gemacht und 3:0 gewonnen. Unentschieden haben sie laut Tabelle nicht gespielt und ebenso wenig verloren, da sie ja kein Tor erhalten haben. Dieses Spiel kann nicht gegen die Sportangler gewesen sein, da diese ja nur zwei Tore bekommen haben:

Motorsportfreunde – Freiwillige Feuerwehr 3:0

Demnach muss auch der Sportanglerverein gegen die Freiwillige Feuerwehr ein Tor geschossen, dabei aber selbst zwei erhalten haben:

Sportanglerverein – Freiwillige Feuerwehr 1:2

Das dritte und letzte Spiel der Gruppe, Motorsportfreunde – Sportanglerverein, steht noch aus, und die Zwischentabelle vor dem letzten Spiel sieht folgendermaßen aus:

	Spiele	**gew.**	**verl.**	**unent.**	**Tore**
MSF	1	1	0	0	3:0
FF	2	1	1	0	2:4
SAV	1	0	0	1	1:2

19 Die Zahl der Kunden ist bösartigerweise in der Frage am Schluss versteckt: sechs. Damit hat Rotspon dreißig Flaschen verkauft, siebzehn Chapeauclaque und dreizehn Domaine Rebuntant. Von

den dreizehn Flaschen Domaine Rebuntant hat ein Kunde vier gekauft, bleiben neun. Diese neun Flaschen lassen sich nur auf die Kunden aufteilen, die jeweils zwei Flaschen Chapeauclaque und drei Flaschen Domaine Rebuntant genommen haben, und das müssen drei sein. Folglich haben zwei Kunden nur den Chapeauclaque gekauft.

20 Weder Jockey Waltz (laut Aussage 6) noch Jockey Förster (Aussage 5) noch Jockey Benthaus (Aussage 2) haben das Rennen gewonnen. Folglich ist Jockey Heeger auf Penelope (Aussage 1) als Erster durchs Ziel gegangen.
Auf den zweiten Platz kam Golden Eye (Aussage 3). Catch 22 kam nicht auf den dritten Platz (Aussage 4) und wurde folglich Vierter, Dritter wurde Windsbraut. 6) zufolge ist Jockey Waltz dann auf den dritten Platz gekommen, und Golden Eye hat die Stallfarben Violett-Gold.
Nach 5) kam das Pferd mit den grün-gelben Stallfarben weder auf den dritten Platz (es heißt nicht Windsbraut) noch auf den vierten (es kam vor dem Pferd unter Jockey Förster ins Ziel). Also sind Grün-Gelb die Stallfarben von Penelope, Jockey Förster wurde Zweiter.
Aus 2) folgt dann, dass Jockey Benthaus Vierter wurde, hinter Windsbraut mit den Stallfarben Schwarz-Grün.
Blau-Rot sind dann die Stallfarben von Catch 22.

	1	**2**	**3**	**4**
Jockey	Heeger	Förster	Waltz	Benthaus
Pferd	Penelope	Golden Eye	Windsbraut	Catch 22
Stallfarbe	Grün-Gelb	Violett-Gold	Schwarz-Grün	Blau-Rot

21 Meine Schwägerin Susanne könnte sein:

- a ***die Schwester meines Mannes,***
- b ***die Frau des Bruders meines Mannes oder***
- c ***die Frau meines Bruders.***

Fall a) lässt sich ausschließen, da dann Susannes Vater und mein Schwiegervater dieselbe Person gewesen wären, was nicht möglich ist, da beide ja zu unterschiedlichen Zeiten gestorben sind.
Fall b) ist auch auszuschließen, da ja der Vater meines Mannes und jener von Susanne bereits tot sind, Nicole demnach überhaupt keinen Großvater mehr hätte.
Folglich ist Susanne die Frau meines Bruders. Großvater Gernot kann also nur der Vater meines Bruders sein, und demnach ist er

auch mein Vater. Da mein Schwiegervater bereits gestorben ist, ist mein Vater Gernot der einzige Großvater meiner Tochter Tina.

22 Es gibt drei Möglichkeiten, welche Farben die Bommeln der Mützen haben können: Entweder sind alle drei blau, oder zwei sind blau und einer ist rot, oder zwei sind rot und einer ist blau. Wenn Quenzer sofort sagen kann, welche Farbe sein Bommel hat, dann muss er auf den Mützen von Achenbach und Waltz rote Bommeln sehen. Er weiß somit definitiv, dass sein Bommel blau sein muss. Dieselbe Überlegung machen auch Achenbach und Waltz und können so aus der Reaktion von Quenzer schließen, dass ihre Bommeln rot sein müssen.
Beim zweiten Durchgang meldet sich keiner der Spieler sofort, woraus zu schließen ist, dass keine zwei roten Bommeln im Spiel sind. Bleiben die Kombinationen blau-blau-rot oder blau-blau-blau.
Kalbfuß überlegt sich Folgendes: »Angenommen, mein Bommel wäre rot. Dann wüsste Schmoll, dass er einen blauen Bommel hat. Denn hätte er einen roten, würde Marzahn zwei rote Bommeln sehen und könnte sofort sagen, dass sein Bommel blau ist. Da Marzahn sich aber nicht gemeldet hat, würde Schmoll schließen, dass sein Bommel blau ist, und dies auch sagen. Er sagt aber nichts. Umgekehrt gilt die gleiche Überlegung für Marzahn. Auch der sagt nichts. Folglich ist mein Bommel nicht rot, sondern muss blau sein.«
Da auch seine beiden Mitspieler ausgefuchste Logiker sind, werden sie wohl die gleichen Überlegungen anstellen und für sich zum dem Schluss kommen, dass ihre Bommeln jeweils blau sein müssen.

10 Wahres und Paradoxes

1 Logofit stellte einer der Töchter die Frage: »Bist du die jüngere Schwester?«
Ist die Gefragte Beagund und antwortet sie mit Ja, dann ist sie die Ältere, da sie immer lügt. Antwortet sie mit Nein, dann ist sie in Wirklichkeit die jüngere und Kühnhild folglich die ältere Schwester. Fragt er dagegen die wahrheitsliebende Kühnhild, und sie antwortet mit Ja, dann ist Beagund die Ältere. Ist Kühnhilds Antwort Nein, ist sie die ältere Schwester.
Es ist also völlig einerlei, welche der beiden Schwestern er fragt. Erhält er auf seine Frage ein Ja zur Antwort, ist Beagund die Ältere. Ein Nein dagegen bedeutet, dass Kühnhild die Ältere ist.

2 Hans zeigt auf die nach links führende Straße und fragt einen der Männer: »Führt diese Straße zu deinem Dorf?«
Ist die Antwort »Ja«, ist es die Straße nach Wahrhausen. Wäre der Mann aus Wahrhausen, hätte er wahrheitsgemäß mit »Ja« geantwortet. Ein Lügdorfer hätte die Frage ebenfalls bejaht, da diese bekanntlich immer lügen. Bei einem »Nein« als Antwort führt die linke Straße nach Lügdorf, denn wiederum hätte ein Wahrhausener die Wahrheit gesagt und ein Lügdorfer gelogen. Hans weiß zwar noch immer nicht, ob es ich bei den Männern um zwei Wahrhausener, zwei Lügdorfer oder um einen Wahrhausener und einen Lügdorfer handelt, aber das muss ihn auch nicht interessieren. Es genügt ihm zu wissen, in welche Richtung er gehen muss, um nach Wahrhausen zu kommen.

3 Und zweitens? Es gibt keinen persönlichen Bezug der beiden Wächter zu einer der Türen, im Gegensatz zur vorigen Aufgabe, wo das Dorf des Befragten notwendigerweise an einer der beiden Straßen liegen musste.
Zur Frage: Juán deutet auf eine der beiden Türen und fragt Antonio – vor welcher Tür der sitzt, ist egal – etwa folgendermaßen: »Würde Enrique sagen, dass diese Tür in die Freiheit führt?«
Nehmen wir an, die Tür würde in die Freiheit führen. Wäre Antonio der Lügner, wäre seine Antwort »Nein«, denn Enrique würde ja die Wahrheit, also »Ja«, sagen. Wäre Antonio der Wahrheitssager (wieso gibt es hierfür eigentlich keinen dem Wort Lügner entsprechenden Ausdruck?), hätte Enrique »Nein« gesagt, weil ja auch Antonio »Nein« gesagt hätte.

Wenn Juán also auf seine Frage ein »Nein« erhält, dann ist die Tür, auf die er gedeutet hat, die Tür zur Freiheit. Bei der Antwort »Ja« ist es die andere Tür.
Auch hier weiß Juán nicht, ob Antonio oder Enrique der Lügner ist.

4 Ob aus Wahrhausen oder Lügdorf – auf die Frage von Hans kann Heinrich nur mit »Ja« antworten. Insofern hat Albert Heinrichs Geste korrekt übersetzt, und folglich die Wahrheit gesagt. Somit muss auch der zweite Teil von Alberts Aussage wahr sein. Heinrich ist also ein Lügdorfer, Albert ein Wahrhausener.

5 Wenn der Einheimische in den schwarz-gelben Beinkleidern zum Clan der Sannalltid gehört, dann muss seine Behauptung stimmen, er habe noch nie in seinem Leben gelogen. Die Erwiderung seines Gesprächspartners ist demnach nicht wahr. Ist er dagegen ein Ljugablott, dann muss seine Aussage zwangsläufig eine Lüge sein. Er hat also in seinem Leben bereits gelogen (und da er ein Lügner ist, nicht nur einmal, sondern immer). Aber die Entgegnung des Einheimischen in der rot-grünen Hose, dies sei seine erste Lüge, kann ebenfalls nicht stimmen. Zunächst einmal abhängig von der Clanzugehörigkiet des Herrn in der schwarz-gelben Hose kann der Mann in den rot-grünen Hosen nur gelogen haben und gehört demnach dem Clan der Ljugablott an. Folglich ist Rot-Grün die Farbe der Ljugablott und Schwarz-Gelb die der Sannalltid.

6 Ordnen wir zunächst einmal die Antworten, die Hans erhalten hat, nach der in ihnen behaupteten Zahl der Lügdorfer.
Dietmar: ein Lügdorfer
Alfred: zwei Lügdorfer
Friedrich: drei Lügdorfer
Erwin: vier Lügdorfer
Bernhard: fünf Lügdorfer
Christoph: sechs Lügdorfer
Gisbert: sieben Lügdorfer
Da jeder am Tisch eine andere Zahl für die anwesenden Lügdorfer genannt hat, kann nur eine der Antworten wahr sein; sechs sind falsch. Folglich müssen sechs Lügdorfer am Tisch sitzen, nämlich Alfred, Bernhard, Dietmar, Erwin, Friedrich und Gisbert. Christophs Antwort ist wahr, er stammt demnach als Einziger aus Wahrhausen.

7 Diese klassische Denksportaufgabe beruht darauf, dass sich die Bruchteile, die den Söhnen an Kamelen (oder Pferden) zustehen, nicht auf 1 addieren, sondern nur $\frac{11}{12}$ der Kamele (oder $\frac{17}{18}$ der Pferde) ergeben. Stellt der Derwisch aber sein Kamel (oder der Schamane sein Pferd) dazu, sind es 12 Kamele oder 18 Pferde. Diese Zahlen lassen sich problemlos durch 2, 4 und 6 (bzw. durch 2, 3 und 9) dividieren, sodass der erste Sohn 6, der zweite 3 und der dritte 2 Kamele (oder 9, 6 und 2 Pferde) erhält. In beiden Fällen bleibt ein Kamel (oder ein Pferd) übrig, auf das sich der Derwisch (oder der Schamane) setzt und seines Weges reitet.

8 Ursprünglich waren in der Kasse die 30 Euro, die Frau Käfer bezahlt hatte. Davon nimmt Metzgermeister Schöps 8 Euro heraus; es bleiben 22 Euro übrig. Diese 22 Euro plus die 5 Euro, die Frau Käfer zurückbekommen hat, plus die von Lehrling Karlchen unterschlagenen 3 Euro machen zusammen 30 Euro. Wo war das Problem?

9 Von den acht Flaschen Bier trank jeder acht Drittel. Dazu trug Fritz mit einem Drittel bei (acht Drittel seiner neun Drittel – entsprechend drei Flaschen – trank er selbst). Patrick trank ebenfalls acht Drittel und steuerte damit sieben Drittel seiner fünf Flaschen bei. Insofern stehen ihm auch sieben Achtel der vier Euro zu.

10 So plausibel diese Schlussfolgerung erscheinen mag: Sie ist dennoch falsch. Die Länge der Diagonale eines Quadrats ist immer das 1,414...-Fache (der Quadratwurzel aus 2) mal der Seitenlänge a des Quadrats.
Auch wenn man die Diagonale eines Quadrats mit einer Treppe mit n quadratischen Stufen der Länge und Höhe $\frac{a}{n}$ annähert, gilt für die Summe der einzelnen Diagonalen $n \times 1{,}414 \times \frac{a}{n}$ $= 1{,}414 \times a$, egal wie groß n auch sein mag.

11 Die ganze sogenannte Beweisführung beruht auf einer trickreichen Manipulation, die leicht zu übersehen ist. In Zeile 5) dividiert man nämlich durch null: Der Prämisse in Zeile 1) zufolge gilt $x = y$ und damit ist in Zeile 5) der Divisor $y - x = 0$. Die Division durch null ist in der Mathematik ausgeschlossen. Wäre sie erlaubt, könnte man in der Algebra alles beweisen, da man aus einer falschen Voraussetzung jeden willkürlichen Schluss ziehen kann, also auch Unsinn wie $0 = \frac{1}{2} = 1 = 2$.

12 Schön, dass es die Logik gibt. Sie erlaubt dem Ornithologen eine Aussage über Raben, ohne dass er je überhaupt einen gesehen haben muss. Denn jede graue Katze und jedes rote Auto beweist, dass alle Raben schwarz sind. Sie basiert auf der Gleichwertigkeit der Aussage »Alle Raben sind schwarz« und ihrer Verneinung »Alle nicht schwarzen Objekte sind Nichtraben«. Dieses als Hempels Paradox bekannte Problem ist aber dennoch kein echtes logisches Paradoxon, sondern beruht auf den Schwierigkeiten, den semantischen Inhalt sprachlicher Aussagen in die Formelsprache der Logik zu übersetzen.
Was ist die Verneinung der Aussage »Alle Primzahlen sind ungerade Zahlen«?
»Nicht alle Primzahlen sind ungerade Zahlen« (inhaltlich richtig, da die 2 gerade und eine Primzahl ist) oder »Alle geraden Zahlen sind keine Primzahlen« (inhaltlich falsch, da die 2 gerade und eine Primzahl ist)? Logisch gesehen, wäre beides möglich. Entscheidend ist der inhaltliche Sinn der Aussage.
Verneint man die Frage »Sind das Peter und Paul?«, dann ist nicht eindeutig, was damit gemeint ist. Will man damit sagen »Nicht Peter *und* Paul«, dann kann eine Person durchaus Peter sein, die andere aber nicht Paul (oder umgekehrt). Meint man aber »Nicht Peter und nicht Paul«, dann sind die beiden Personen weder Peter noch Paul.

13 Was folgt aus der Annahme, dass Epimenides lügt, wenn er sagt »Alle Kreter lügen«, seine Aussage also falsch ist? Alle Kreter sagen die Wahrheit? Mitnichten – die logische Verneinung von Epimenides‘ Aussage lautet »Nicht alle Kreter lügen.«
»Alle Kreter lügen« ist daher falsch, wenn es nur einen Kreter gibt, der nicht lügt. Es könnten aber auch alle Kreter die Wahrheit sagen, bis auf Epimenides, der der Annahme zufolge ja lügt.
Zum Paradoxon wird das Problem erst unter der Prämisse, dass Epimenides, der Kreter, die Wahrheit sagt, also folglich ein Lügner ist.
Aber vielleicht ist er ja kein hundertprozentiger Lügner, sondern sagt zu 30 % die Wahrheit. In der binären Logik mag dies zwar dem Satz vom ausgeschlossenen Dritten widersprechen, aber die Fuzzylogik arbeitet mit solch gebrochenen Wahrheitswerten.
Während die klassische Logik nur die sich ausschließenden Aussagen wie »Der Rasen ist grün« oder »Der Rasen ist nicht grün« zulässt, erlaubt die Fuzzylogik durchaus Aussagen wie »Der Rasen ist zu 80 % grün und zu 20 % nicht grün«.

14 Letztendlich beruht dieses Paradoxon auf einer unstatthaften Anwendung einer infinitesimalen Betrachtung auf einen linearen Vorgang. Bei gleichbleibender Geschwindigkeit braucht man für die erste Hälfte einer Strecke genauso lange wie für die zweite, wie oft man diese auch in Teilhälften untergliedern mag. Anders wäre es wenn sich auf jeder Streckenhälfte auch gleichzeitig die Geschwindigkeit, der Weg pro Zeit, halbieren würde. Dann wäre es in der Tat unmöglich, von A nach B zu kommen. Dieses Paradoxon stammt von dem griechischen Philosophen Zenon (um 490–430 v. Chr.) und ist eine Variante seines sehr viel bekannteren Paradoxons vom Wettlauf zwischen Achilles und der Schildkröte.

15 Keiner. Beide Parteien tun so, als beruhe ihre Argumentation auf ein und demselben Begriff. Dies ist aber nicht der Fall.
Verklagt Protagoras seinen ehemaligen Schüler vor Gericht, ist unabhängig vom Ausgang des Prozesses die Bedingung des Vertrags nicht erfüllt, da der Schüler in dem Prozess Beklagter ist und nicht Beteiligter in seiner Eigenschaft als Rechtskundiger, worauf sich die beiderseitige Vereinbarung zum Unterrichtshonorar bezieht. Nach Lage der Dinge müsste das Gericht den Schüler von der Verpflichtung freisprechen, das Honorar zu entrichten. Damit hätte er zwar den Prozess gewonnen, jedoch nicht im Sinne des Vertrags mit Protagoras.
Nur wenn er leichtsinnigerweise den Fehler begangen hätte, sich in diesem Prozess selbst zu vertreten, hätte er als Anwalt tatsächlich seinen ersten Fall gewonnen. Mit einer zweiten Klage wären Protagoras‘ Chancen, an sein Geld zu kommen, nicht schlecht.

16 Wenn »Keine Regel ohne Ausnahme« keine Regel ist, dann kann es durchaus Regeln ohne Ausnahme geben.
Wenn andererseits »Keine Regel ohne Ausnahme« eine Regel ist, dann muss sie eine Ausnahme haben. Ergo gibt es – mindestens – eine Regel ohne Ausnahme, es könnten natürlich auch mehr sein. Insofern ist zu hinterfragen, ob die Regel »Keine Regel ohne Ausnahme« vielleicht gerade die oder eine der Ausnahmen von der Regel »Keine Regel ohne Ausnahme« ist.
Das Problem bei diesem Problem ist letztendlich ein Zirkelbezug – die Aussage macht eine Aussage über sich selbst.

17 Der Barbier hat tatsächlich ein Problem. Wenn er sich nicht selbst rasiert, dann muss er sich rasieren, da er ja jeden im Dorf rasiert, der sich nicht selbst rasiert. Wenn er sich aber selbst rasiert,

dann zählt er zu denjenigen, die sich selbst rasieren, also nicht von ihm rasiert werden.
Diese selbstwidersprüchliche Paradoxie wurde Anfang des 20. Jahrhunderts von dem britischen Mathematiker und Philosophen Bertrand Russell entdeckt und wird nach ihm als die russelsche Antinomie bezeichnet. Ganz allgemein lässt sie sich als die Menge aller Mengen, die sich nicht selbst als Element enthalten, ausdrücken.
Eine Menge, die sich selbst enthält, wäre beispielsweise die Menge aller mathematischen Begriffe, da Menge selbst ein mathematischer Begriff ist. Die Menge aller Mengen gehört ebenfalls dazu, denn auch sie ist eine Menge. Die Menge aller rotnasigen Rentiere dagegen enthält sich nicht selbst, weil eine Menge schließlich kein rotnasiges Rentier ist. Es gibt demnach zwei Gruppen von Mengen: Entweder sie haben sich selbst zum Mitglied oder nicht.
Mit der Auflösung der russelschen Antinomie sind die Mathematiker und Logiker – mehr oder weniger erfolgreich – noch heute beschäftigt. Im Alltagsleben ist dies indes nicht weiter schwierig. Man kann sich auf den Standpunkt stellen, dass ein solcher Barbier nur ein Gedankengebilde und in der Realität unmöglich ist und damit auch sämtliche paradoxen Schlussfolgerungen fruchtlos sind. Oder man unterscheidet zwischen dem Barbier als Privat- und als Geschäftsmann. Als Privatmann rasiert er sich selbst, als Geschäftsmann alle, die sich nicht selbst rasieren.

18 Bezeichnen wir die Mengen, die sich selbst als Element enthalten, als M, jene, bei denen das nicht der Fall ist, als N. Ein dritte Möglichkeit gibt es nicht. N muss also entweder in N oder in M enthalten sein.
Wenn N Teil der Menge N ist, dann ist sie in sich selbst enthalten, gehört also zu M. Ist N aber in M enthalten, enthält sie sich also nicht selbst, gehört somit zwangsläufig zu N.
Die Menge N ist also genau dann Element von N, wenn sie kein Element von N ist. In der Sprache der formalen Logik geschrieben, gilt demnach $N \in N \Leftrightarrow N \notin N$, und das ist ein offensichtlicher Widerspruch zum Satz vom ausgeschlossenen Dritten. Es würde zu weit führen, die Anstrengungen der Mathematiker, diesen Widerspruch aufzulösen, hier auszuführen.

19 Da Teilmengen ebenfalls Mengen sind, sind sie in M enthalten. Die Menge N der Teilmengen ist aber größer als die Menge M. Demzufolge ist die Menge N größer als die Menge N ihrer Teilmengen, die wiederum größer ist, als …

Bringt das Gehirn in Bestform und macht Spaß!

- Spannende und unterhaltsame Denksportaufgaben
- Verschiedenste Aufgabenarten und Schwierigkeitsstufen
- Zur Steigerung der Konzentration, des Denkvermögens, der Beobachtungs- und Auffassungsgabe
- Fördert das Erkennen und kreative Lösen von Problemen
- Verbessert die logische, sprachliche und praktische Intelligenz

www.duden.de

ISBN 978-3-411-70358-6
9,95 € (D) • 10,30 € (A)